

学校代码: 11658

研究生学号: 20212070200014

分 类 号: 0413.2

密 级: 无



海南师范大学
HAINAN NORMAL UNIVERSITY

硕士学位论文

基于四波混频和自发辐射相干的 非互易光反射及放大研究

论 文 作 者	耿 玥
指 导 教 师	杨 红
一 级 学 科	物 理 学
二 级 学 科	理 论 物 理
研 究 方 向	量 子 光 学
申 请 学 位 类 别	理 学 硕 士
提 交 日 期	二〇二四年四月

**Research on the non-reciprocal reflection and
amplification based on four-wave mixing and
spontaneously generated coherence**

A Dissertation Submitted for the Degree of Master

Candidate: Yue Geng

Supervisor: Prof. Hong Yang

Hainan Normal University

Haikou, China

独 创 性 声 明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得海南师范大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：_____

日期：_____

学位论文著作权声明

本论文作者声明：

☐ 本论文全部成果均为本人和指导教师合作研究取得，本人和指导教师都有权使用本成果学术内容（有第三方约定者除外）。

☐ 本论文为指导教师指导下，本人独立完成。本人独自享有本论文的全部著作权。

学位论文作者签名：_____

指导教师签名：_____

(专业学位须填写 2 位导师姓名)：

日 期：_____

日 期：_____

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解海南师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：海南师范大学有权保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的复印件和电子文本，允许论文被查阅和借阅。本人授权海南师范大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：_____

指导教师签名：_____

(专业学位须填写 2 位导师姓名)：

日 期：_____

日 期：_____

摘 要

量子计算和信息处理作为量子科技的核心已成为当前的研究热点，而引领科技的关键是芯片处理技术。基于光学非互易性的全光二极管、隔离器等新型光子器件是集成芯片不可或缺的元件，放大的光信号可以降低外来噪声影响。因此，对非互易光放大的研究尤为重要。本论文在均匀原子介质中基于四波混频共振以及自发辐射相干效应，利用耦合场线性调制极化率使其空间对称性被破坏实现非互易光反射及非互易反射光放大。首先，利用两个耦合场和两个弱探测场驱动成四能级双 Λ 模型，基于四波混频共振和空间对称性的破坏，可以实现完全非互易反射(单向反射)放大，反射率大于 2.0，甚至达到 6.0。此外，单向反射带的宽度、高度和位置都是可调的。我们设计的方案允许调节单向反射带的宽度、高度和位置，因此具有灵活性。这使得我们的方案在所有需要可控单向光放大的光网络中都可能进一步的有应用。其次，我们在三能级 Λ 系统中考虑自发辐射相干（SGC）对反射率的影响，我们发现，在考虑 SGC 效应时，光学非互易的反射区域变得更窄，而且当耦合场失谐增大（减小）时，非互易反射区域会右移（左移）。最后，结合四波混频与自发辐射相干效应进一步的探讨非互易反射光放大。数值结果展示，存在 SGC 效应的反射率比不存在 SGC 效应的反射率高出近 100 倍，谱线宽度可降低到 4 KHz。并且在这样的系统中，探测场的反射率受到电偶极矩夹角和相位的周期性调制。我们的研究为实现高效率非互易光操控提供了更多可能，有望实现高性能光子器件的研发，在量子通讯、量子计算等领域具有潜在的应用价值。

关键词：光学非互易；单向反射；四波混频；自发辐射相干

Abstract

As the core of quantum technology, quantum computing and information processing have emerged as current research hotspots, with chip processing technology playing a key role in driving this technology forward. Novel photon devices such as all-optical diodes and isolators based on optical non-reciprocity are indispensable components for integrated chips, where amplified optical signals can mitigate the impact of external noise. Therefore, research on non-reciprocal optical amplification is particularly important. This paper explores non-reciprocal light reflection and non-reciprocal reflection light amplification in uniform atomic media based on four-wave mixing resonance and the effect of spontaneous generated coherence. By utilizing the linear modulation of the susceptibility rate through coupled fields to break spatial symmetry, non-reciprocal light reflection and amplification are achieved. Firstly, four-level double Lambda model is driven by two coupling fields and two weak probe fields. By exploiting four-wave mixing resonance and breaking spatial symmetry, complete non-reciprocal reflection (unidirectional reflection) amplification is realized, with a reflection coefficient exceeding 2.0 even up to 6.0. Additionally, the width, height, and position of the unidirectional reflection band are adjustable. The proposed scheme allows for flexible adjustment of the width, height and position of the unidirectional reflection band, thus offering versatility. This makes our approach potentially applicable in all optical networks requiring controllable unidirectional light amplification. Subsequently, we consider the effect of SGC on the reflection coefficient in a three-level Lambda system. We find that when considering the SGC effect, the non-reciprocal reflection region becomes narrower and as the coupling field detuning increases (decreases), the non-reciprocal reflection region shifts to the right (left). Finally, we further explore non-reciprocal reflection light amplification by combining four-wave mixing with SGC effects. Numerical results demonstrate that the reflection coefficient in the presence of SGC effect is nearly 100 times higher than that without SGC effect and the spectral linewidth can be reduced to 4 kHz. Moreover, in such systems, the reflection coefficient of the probe field can be modulated periodically by the

angle and phase of the electric dipole moment. Our research provides more possibilities for achieving efficient non-reciprocal light manipulation, promising the development of high-performance photon devices with potential applications in quantum communication, quantum computing and other fields.

Keywords: optical nonreciprocity; unidirectional reflection; four-wave mixing; spontaneous generated coherence

目 录

摘 要	I
Abstract	II
目 录	IV
引 言	1
第一章 研究的物理基础	3
1.1 电磁感应透明现象	3
1.2 四波混频	5
1.3 自发辐射相干效应	8
第二章 研究的数学工具	11
2.1 哈密顿量与密度算符	11
2.2 传输矩阵法	12
第三章 基于四波混频系统实现空间极化率调制非互易光放大	17
3.1 理论模型与计算	17
3.2 非互易反射光放大	20
3.2.1 探测场极化率随位置的变化	20
3.2.2 探测场反射率以及对比度随失谐的变化	21
3.3 其他参数对非互易反射光放大的影响	22
3.3.1 耦合场失谐对反射带的影响	22
3.3.2 原子数密度以及场强对反射率的影响	24
第四章 基于自发辐射相干实现非互易反射的动力学调控	27
4.1 理论模型与计算	27
4.2 考虑电偶极矩夹角 θ 对非互易反射的影响	29
4.3 其他参数对非互易反射的影响	31
4.3.1 极化率随失谐和电偶极矩夹角的变化	31
4.3.2 耦合场失谐对反射率的影响	33
第五章 基于四波混频和自发辐射相干实现非互易光放大	35
5.1 理论模型与计算	35
5.2 考虑 SGC 对非互易的影响	37

5.3 电偶极矩夹角 θ 和相位 φ 对非互易光放大的影响	40
5.3.1 电偶极矩夹角对反射率和极化率的影响	40
5.3.2 相位对反射率和极化率的影响	41
5.3.3 电偶极矩夹角和相位的周期性调制	43
总 结	45
参考文献	47
致 谢	53

引 言

光学非互易性被广泛用于设计新型光子器件，如全光二极管和芯片隔离器^[1-2]，它可以隔离噪声，稳定集成芯片上的信号，并保护敏感激光设备免受不必要的反射^[3-6]。在量子计算和信息处理领域，高效稳定的集成芯片至关重要^[7-11]。因此，深入探究非互易光传播对推动当前量子技术的发展很有必要。实现光学非互易性的传统途径主要是基于磁光介质中的法拉第效应^[12-14]，这导致材料的介电常数成为不对称各向异性张量。然而，为了实现高的外部磁场，总是需要体积庞大的磁体，此外，磁光材料固有的不可避免的损耗也是重要的限制因素，尤其是在光学频率下。因此，依靠磁光法拉第效应实现对称破缺效应的机制与集成电路技术不兼容。

近年来的研究表明，非磁性材料的光学非互易性有了很大的进展。在手性量子光学系统中，非互易性可以通过原子内部状态的不对称耦合来实现^[15-18]；这种非互易光操纵已经在光力系统中取得了重要成果，在几个光子甚至单光子水平上^[19-22]；此外，在非线性光学系统中也得到了广泛的研究，例如，在一维原子晶格中应用驻波耦合场的宇称时间（ P - T ）对称或反对称系统^[23-25]，或基于时间反转对称性破缺的运动原子晶格^[26-28]，甚至在考虑多普勒频移的热原子系统^[29]。这些物理系统为光学非互易性的研究提供了重要的突破口。然而，这些方案在精确调制方面面临挑战，例如：在单个周期内实现增益和损耗的平衡，精确排列空间耦合场，以及实现从相反侧入射的探测光的单向传播；可能会导致额外的光学损耗或引入额外的噪声，影响系统的性能和稳定性。特别是在非线性光学系统中，由于光学效应引起的非线性损耗可能成为一个问题。总的来说，尽管光学非互易性在光子器件设计和量子技术发展方面具有巨大潜力，但仍需要克服一系列挑战才能实现其在实际应用中的广泛应用。

最近，Horsley 等人发现，在均匀连续介质中可以实现不对称和单向反射，这要求平面电磁波的折射率、极化率或介电常数的实部和虚部服从空间 Kramers-Kronig (KK) 关系^[30,31]。基于 KK 关系，可以在不同的非均匀介质中实现全向完美吸收体和无传输介质^[32-35]。此外，单向反射可以通过适当设计受控的里德伯原子或耦合场的强度来调制，使探测场极化率满足空间 KK 关系^[36,37]。值得强调的是，空间 KK 关系在空间反演或时间反演下，无论入射光的角度如何，都不需要任何确定的对称性，因此在实验中

更简单可控。然而，在这样的系统中的非互易放大仍有待研究，主要是因为光子的损耗较大，很难实现较高反射率的光子传输。

在本篇论文中，我们提出了一个通过四波混频（FWM）实现的四能级原子的理论模型，并相应地利用均匀分布的铷（Rb）原子基于电磁诱导透明（EIT）实现了光的放大。接下来，我们又研究了自发辐射相干对非互易反射影响，先考虑三能级 Lambda 模型，发现单纯的自发辐射相干不能够实现光的放大；最后，在四能级双 Lambda 模型中我们考虑将 FWM 和自发辐射相干结合来研究对非互易反射光放大的影响，在电磁诱导透明（EIT）和自发产生相干（SGC）条件下表现出单向增益的特性。我们的研究揭示了平衡 FWM 过程对探测场频谱范围的放大效应。通过数值解和定性分析，我们清楚地展示了我们系统与先前系统相比的一些显着优势，特别是在增强探测场增益幅度方面，可以达到考虑 SGC 效应时可达到 100 倍。

第一章 研究的物理基础

1.1 电磁感应透明现象

电磁感应透明（EIT）是一种非常重要的量子光学现象，其实质是利用光场对原子能级进行调控，使其在能级跃迁过程中产生多个跃迁通道，产生的不确定度会产生量子干涉，进而影响材料的光响应。尤其是，谐振波段的光在共振跃迁时不会被媒质所吸收，使其能够透射到媒质中，并且在电透明波段内的色散曲线也随之增大。这意味着在透明区域附近，介质的光学响应对频率的变化非常敏感。因此，EIT 现象在光学领域中具有重要的应用价值^[38-42]。EIT 可以通过简单的三能级原子系统进行阐述。如图 1-1(a)所示，能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间的跃迁是偶极禁戒的，频率为 ω_c 的强耦合场和频率为 ω_p 的弱探测场分别作用在能级 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 和 $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ 。不加强耦合场时，介质对探测场的吸收曲线和色散曲线在共振处探测光会被强烈地吸收（如图 1-1(b)所示）；当介质受到强耦合场的作用下，其光学响应会发生显著的变化，满足拉曼共振，探测光的吸收几乎为零（如图 1-1(c)所示），吸收为零的区域即为 EIT 窗口。并且透明的位置取决于耦合场失谐，透明程度取决于耦合场强度^[43]。总之，EIT 现象通过调控原子能级的相干性实现了对光学介质光学特性的调节，具有广泛的应用前景，例如在量子信息处理、慢光和精密测量等领域。

我们可以利用缀饰态理论对 EIT 的物理实质进行解释。首先，将裸原子和强耦合场看成一个整体，称之为缀饰态原子，在弱探测场近似下， $\Omega_p \ll \Omega_c$ ，可将弱探测场作为微扰处理。当 $\Delta_p = \Delta_c = 0$ 时，即可求得缀饰态原子本征态。

$$\begin{aligned} |a^0\rangle &= |1\rangle \\ |a^+\rangle &= (|2\rangle + |3\rangle) / \sqrt{2} \\ |a^-\rangle &= (|2\rangle - |3\rangle) / \sqrt{2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

其中， $|a^0\rangle$ 为基态能级， $|a^+\rangle$ 和 $|a^-\rangle$ 为强耦合场和弱探测场近似下的缀饰态。如图

1-1(d)所示, 由于基态向激发态跃迁的过程中存在跃迁通道的不确定性, 即 $|1\rangle \rightarrow |a^+\rangle$ 与 $|1\rangle \rightarrow |a^-\rangle$, 引起了量子相消干涉, 弱探测场不会被介质吸收。

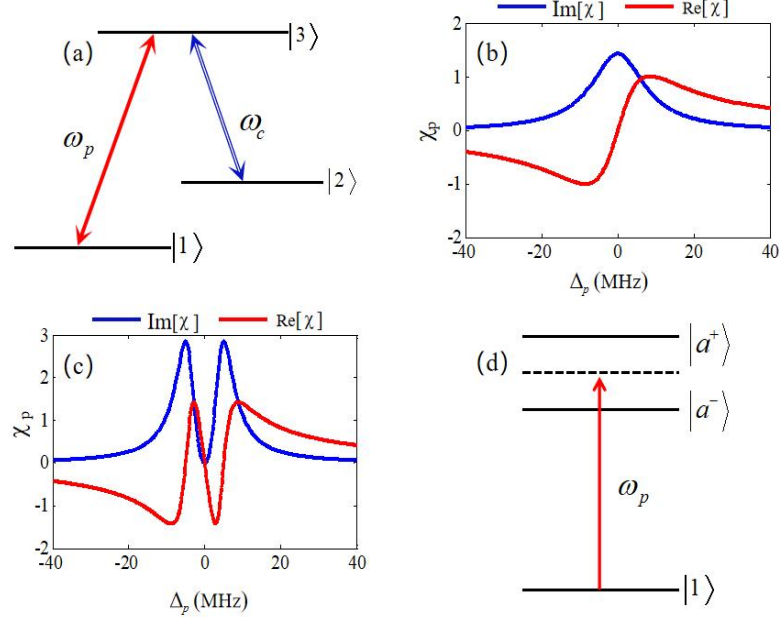


图 1-1 (a) 三能级原子模型; (b) 未加强耦合场时, 极化率的虚部和实部随失谐的变化;
(c) 加入耦合场, 极化率的虚部和实部随失谐的变化; (d) 缀饰态能级

EIT 在光信息处理、光通信网络中的开关器件、光路由等方面有着重要的应用。以下是一些相关的研究和应用: 1998 年 Harris 等人在四能级原子体系中首次提出了一种既可以调控单个光子能量, 又可以产生纠缠态的光学开关机理^[44], 这为量子信息处理提供了有力的工具; 2000 年, Schmidt 等人通过 EIT 效应实现了高投射率的全光开关^[45]。特别是双光子相干交换技术, 这一成果能够实现光信号的精确控制和管理, 对于提高数据传输效率至关重要。此外, 对双光子吸收的抑制和加强技术的研发也取得了显著进展, 这意味着在高速传输环境下, 信号失真可以得到有效控制, 保证了数据的完整性和安全性。除此之外, 光速减慢技术的研究同样引起了广泛关注。这项技术能够在不牺牲信号质量的前提下显著降低激光传输速度, 这对于满足高速率、低延迟需求的光纤通信系统来说具有重要意义。这些技术的不断完善和应用, 预示着我们将会见证一个更加高效、智能且安全的光传输时代的到来^[46-48]。这些研究为光信息处理器和通讯系统的性能提升提供了新的思路和技术支持; 此外, EIT 效应还被应用于实现高效率的光信息存储^[49-57]。在 2000 年, Fleischhauer 等人提出了通过暗态极化子进行光信息存储的方法, 其利用了 EIT 效应将光信号转化并存储在原子的自旋相干态波包中

[58,59]。这种过程是可逆的，并且提取出的信号光具有较高的效率和保真度。总体而言，电磁感应透明效应在光信息处理领域的研究和应用为光子学和量子信息处理提供了新的可能性，推动了相关技术的发展。

1.2 四波混频

四波混频（FWM）是非线性光学中的重要现象，引起了广泛的研究兴趣。它在量子光学、量子成像以及量子信息处理等领域都扮演着关键的角色。FWM 是由四个相互影响、相互作用的光场在特定介质内发生耦合而引发的一种复杂非线性光学效应。这种现象的形成与三阶极化密切相关，它描述了当光波在传输过程中受到多个点或线极化分量的影响时，会产生一种独特的非线性响应^[60]。频率为 ω_j 的三个光波

$$E(\omega_j) = A(\omega_j) e^{-i[\omega_j(\omega_j) \cdot r]} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (1.2)$$

入射到介质，相互作用后产生频率为 $\omega_4 = \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$ 的三阶极化。

$$P^{(3)}(K_4, \omega_4) = D_{\varepsilon 0} \chi^{(3)}(-\omega_4, \omega_1, \pm \omega_2, \pm \omega_3) : E(\omega_1) E(\pm \omega_2) E(\pm \omega_3) \quad (1.3)$$

其中 $D_{\varepsilon 0}$ 是光波的简并因子， $K_4 = k_1(\omega_1) \pm k_2(\omega_2) \pm k_3(\omega_3)$ 为极化波的波矢，进而由极化波的辐射能够产生频率为 ω_4 、波矢为 $k(\omega_4)$ 的光波。现在，我们做进一步的分析讨论：由公式（1.3）得到的极化率可被表示为

$$P^{(3)}(K_4, \omega_4) = D_{\varepsilon 0} \chi^{(3)}(-\omega_4, \omega_1, \omega_2, \omega_3) : a_{\omega 1} a_{\omega 2} a_{\omega 3} : A(\omega_1) A(\omega_2) A(\omega_3) e^{-i[\omega_4 t - K(\omega_4) \cdot r]} \quad (1.4)$$

其中 a_{ω_j} ($j = 1, 2, 3$) 为频率为 ω_j 的光波偏振方向的单位矢量，由此产生的光波为

$$E(\omega_4) = A(\omega_4) e^{-i[\omega_4 t - K(\omega_4) \cdot r]} \quad (1.5)$$

令光波的传播方向为 z 方向，与它垂直的面为 O_{xy} 面，由公式可得，振幅 $E(\omega_4)$ 满足下面的方程

$$\frac{\partial A(\omega_4)}{\partial z} = \frac{i\omega_4}{2\varepsilon_0 c n(\omega_4)} P^{(3)}(K_4, \omega_4) e^{i[\omega_4 t - k(\omega_4) \cdot a_z z]} \quad (1.6)$$

其中， a_z 是 z 方向的单位矢量，将式（1.4）代入化简得

$$\frac{\partial A(\omega_4)}{\partial z} = iBA(\omega_1)A(\omega_2)A(\omega_3)e^{iK_x(\omega_4)x}e^{iK_y(\omega_4)y}e^{-i(\Delta k a_z)z} \quad (1.7)$$

其中, $K_x(\omega_4)$ 和 $K_y(\omega_4)$ 分别为极化波波矢的 x 和 y 分量, 而

$$\Delta k = k(\omega_4) - K(\omega_4) \quad (1.8)$$

$$B = \frac{\omega_4}{2cn(\omega_4)} D a_{\omega_4} \cdot \chi^3(-\omega_4, \omega_1, \omega_2, \omega_3) : a_{\omega_1} a_{\omega_2} a_{\omega_3} \quad (1.9)$$

在小信号近似下, $A(\omega_1), A(\omega_2), A(\omega_3)$ 为常数。对公式 (1.7) 直接积分可得到混频输出光强

$$I(\omega_4, z) \propto |A(\omega_4, z)|^2 = B^2 |A(\omega_1)|^2 |A(\omega_2)|^2 |A(\omega_3)|^2 z^2 \frac{\sin[(\Delta k \cdot a_z)z/2]}{[(\Delta k \cdot a_z)z/2]^2} \quad (1.10)$$

该公式不仅揭示了混频输出光的强度如何随不同入射光的强度变化、相互作用距离以及有效的三阶极化率而变化, 而且还指出存在一个相位匹配问题。

$$\Delta k = k(\omega_4) - [k(\omega_1) + k(\omega_2) + k(\omega_3)] = 0 \quad (1.11)$$

当满足 (1.11) 条件时, 混频输出光强最大。相位匹配是 FWM 过程中的关键因素, 它决定了信号光波的输出频率。相位匹配条件的存在反映了 FWM 过程中光场的方向性, 使得 FWM 在空间上与其他光场容易区分, 因此可用作光空间滤波器。在实际应用中, 可以根据不同的光场传输方向以及特定的实验条件, 选择合适的相位匹配方法, 实现 FWM 效应的最佳化。

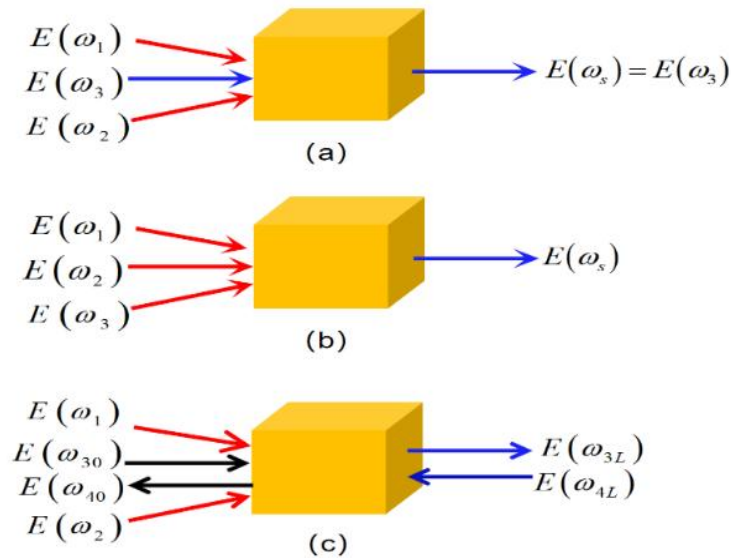


图 1-2 四波混频的三种作用方式 (此图片来源于参考文献^[60])

四波混频的三种作用方式：

（一）与输出信号光 $E(\omega_s) = E(\omega_3)$ 相同模式的输入场 $E(\omega_3)$ 由于三阶非线性相互作用将受到增益或者衰减，如图 1-2（a）所示。

（二）三个不同频率的激光场作用能够得到另一个频率的输出场，这是最常见的三阶非线性效应，如图 1-2（b）所示。

（三）在两个强激光场的作用下两个反向传播的弱场得到放大，且在特定条件下强场会导致两个弱光产生震荡，如图 1-2（c）所示。

在同一物理系统中，第一种情况和第二种情况可以同时出现。最近，G. S. Agarwal 等人对这两种情况做了很好的阐述^[61]。

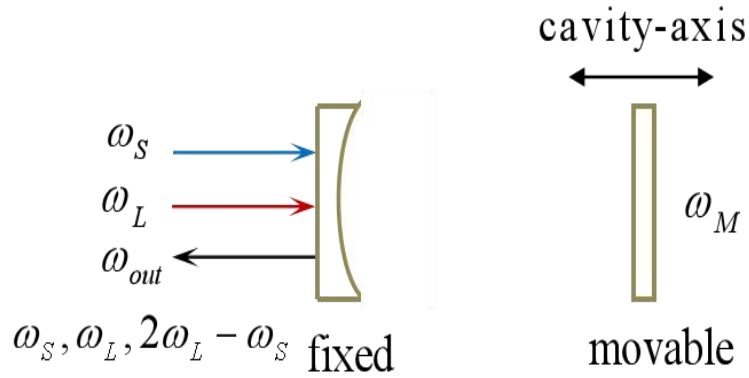


图 1-3 腔光力学系统模型（此图片来源于参考文献^[60]）

如图 1-3 所示，该光学谐振腔是由一个固定的半透镜和一个可动的全反镜（两者间距为 L ）构成的，它的驱动光腔的泵浦场和斯托克斯场频率为 ω_L 和 ω_s 。若斯托克斯场的强度比泵浦场小得多时，通过半透镜与腔模作用后，在可移动腔镜上产生可受 L 调制的辐射压力。这个系统等效为一个质量为 M ，频率为 ω_M 的线性谐振子，调节 L 可以改变谐振腔的振动方式，实现光学频率的选取。现在，我们可以将三种不同频率的光（ ω_L 、 ω_s 和 ω_M ）分别通过光腔输出，其中一个频率为 ω_L 的强泵浦光场无变化被反射出来，另外两个是通过斯托克斯和反斯托克斯过程产生的，在共振条件 $\omega_C = \omega_L + \omega_M$ （腔膜的本征频率 $\omega_C \approx \omega_s$ ）下可得两个输出光的频率表达式：

$$\omega_s = \omega_L + \omega_M \quad (1.12)$$

$$\omega_{AS} = \omega_L - \omega_M = 2\omega_L - \omega_s \quad (1.13)$$

ω_S 为斯托克斯光, ω_{AS} 为反斯托克斯光。斯托克斯光对应第一种情况, 反斯托克斯光对应第二种情况。

进一步讨论简并四波混频过程, 如图 1-2 (c) 所示, 一对反向传播的弱信号场 ($E(\omega_{30})$ 、 $E(\omega_{40})$) 与两个强泵浦场 ($E(\omega_1)$ $E(\omega_2)$) 均为线偏振光, 在光与物质的作用下, 光与物质的相互作用满足了相位匹配的条件, 并给出了光在空间中传播时产生的偏振态的分量:

$$P_4(r, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left\{ 3 \left[2|E_1(r)|^2 + 2|E_2(r)|^2 + 2|E_3(r)|^2 + |E_4(r)|^2 \right] E_4(r) + 6E_1(r)E_2(r)E_3^*(r) \right\} e^{-i(\omega t - k_4 \cdot r)} + c.c. \quad (1.14)$$

在慢变化近似下, 由耦合波动方程可以解出介质中光场的复振幅变化

$$\frac{dE_l(r)}{dr_l} = \frac{i\mu_0\omega^2}{2k_l} \bar{a}(\omega) \cdot P_{NL}'(\omega, r) e^{ik_l \cdot r} \quad (1.15)$$

最后, 通过求解方程 (1.15) 可以明确地观察到, 输出信号对之间的功率确实存在被显著放大的现象。这一过程是由两个强烈激发的非线性泵浦场所导致的。在这个过程中, 非线性原子介质中的电偶极子得到了充分的激发, 它们与物质发生相互作用, 并由此产生了材料激波。这些材料激波不仅仅是简单的能量扰动, 而是具有一定动力学性质的波动形式。当这样的激波遇到另一束较弱的光时, 便会触发新的物理效应。这种新效应与光波的频率相关, 它是一种与拍频紧密相关的非线性极化场。当两个弱信号场的波形接近、相位匹配并且能量守恒定律得到满足时, 它们便能够实现一种协同作用。这种作用使得原本作用于泵浦场的能量得以转移至自身上, 从而在非线性光学系统中实现了参量的放大。

1.3 自发辐射相干效应

自发辐射是物质与光场间最基础的相互作用形式之一, 通常因其非相干性和不可逆性, 被视为引起量子系统退相干的主要原因。然而, 在过去几十年里, 越来越多的理论研究开始关注自发辐射过程中可能产生的相干性, 特别是自发辐射相干 (SGC) 的现象。自发辐射相干是指在某些特定条件下, 原子从两个相近的激发态向同一个基态跃迁, 或从一个激发态向两个相近的基态跃迁时, 两种跃迁途径之间可以产生相干干涉。自发辐射相干的发现和研究, 揭示了许多重要的物理效应和应用前景, 包括无反转光放大^[62-64], 相干粒子数捕获^[65,66], 光场的群速度减慢^[67], 超快全光开关^[68], 高

折射率光透明材料^[69]，黑态极子^[70]等。这些研究不仅丰富了我们对于量子光学的理解，也为新型光学设备和技术的发展提供了理论基础和实验指导。在 1980 年代的尾声，斯坦福大学的杰出科学家 Harris 团队揭开了激光物理学的新篇章。他们的研究跨越了传统的束缚，将注意力投向了一种前所未见的现象——无粒子数反转激光（NP-laser）。这项研究中，Harris 的团队在实验中首次成功捕捉到了 SGC 现象，开启了对此类相干干涉效应深入研究的先河^[71]。随后，Imamoglu 参考了 Harris 的理论和模型选择了如图 1-4（a）所示的由一个双色场驱动的四能级原子能级系统，展示了当这些近简并激发态的原子从激发态向连续态发生跃迁过程时，是如何通过精心设计的相消干涉机制来有效地减少或消除介质对入射光波的光吸收作用的^[72]。除此之外，Javanainen 通过三能级系统验证了单一激发态的自发辐射增强了基态之间的相干性，如图 1-4（b）所示，进而探讨了 SGC 对介质光透明性的影响^[73]。因此，SGC 效应不仅在理论上具有重要意义，在改变介质中光传播性质、引发多种有趣物理现象方面的潜力，也正吸引着科学家们进行更深入的研究。

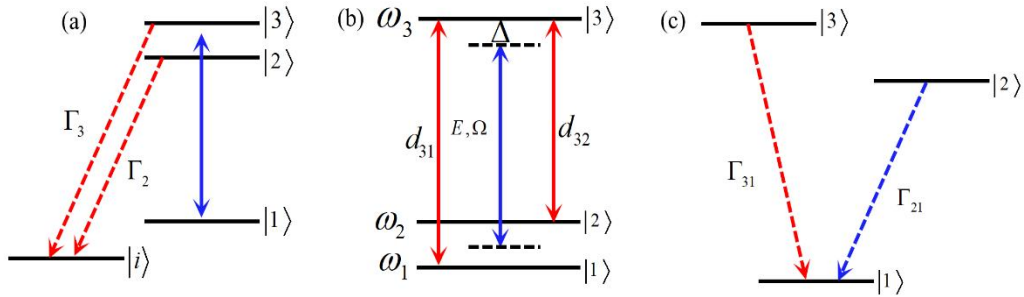


图 1-4 （a）四能级原子能级系统；（b）三能级原子能级系统；（c）V 模型系统（此图片来源于参考文献^[60]）

在真实的原子系统中，SGC 是不存在的。因此，我们只能通过间接的实验方法来验证其存在，如图 1-4（c）所示，以 V 模型为例深入探讨 SGC 的产生机制、存在的物理条件以及它展现出来的独特性质。 $|1\rangle$ 为基态，而 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 为近简并激发态，假设原子在初始时刻处于 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 的叠加态上，则可以表示系统的波函数为：

$$|\psi(0)\rangle = c_1|2, \{0\}\rangle + c_2|3, \{0\}\rangle \quad (1.16)$$

能级 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 向 $|1\rangle$ 自发辐射的弛豫速率为 Γ_{21} 和 Γ_{31} ，则 t 时刻的系统波函数为：

$$|\psi(t)\rangle = c_1(t)|2, \{0\}\rangle + c_2(t)|3, \{0\}\rangle + \sum_k c_k(t)|1, \{k\}\rangle \quad (1.17)$$

k 表示自发辐射产生的光子个数，即光场处于光子数态 $|k\rangle$ 。若令 $|n\rangle$ 表示原子态， $|m\rangle$ 表示光子态，则正交的态矢 $|n, \{m\}\rangle = |n\rangle|\{m\}\rangle$ 满足 $\langle n, \{i\} | m \rangle | \{j\} \rangle = \delta_{nm} \delta_{ij}$ ，令 $\hbar=1$ ，写出 RWA 下的系统相互作用哈密顿量：

$$H_I = \sum_k g_{1k} e^{-i(\omega_k - \omega_{21})t} |2\rangle\langle 1| a_k + \sum_k g_{2k} e^{-i(\omega_k - \omega_{31})t} |3\rangle\langle 1| a_k + h.c \quad (1.18)$$

能级的频率差为 $\omega_{i1} = \omega_i - \omega_1$ ($i=2,3$) 为原子的共振跃迁频率， a_k^+ (a_k) 为光子第 k 个真空模式的产生（湮灭）算符。 g_{ik} 为原子和真空场耦合系数，表达式为 $g_{ik} = g_{ik}^* = -i\sqrt{2\pi\omega_k/V} \hat{\varepsilon} \cdot \vec{u}_{i1}$ ，其中 $\hat{\varepsilon}$ 是频率为 ω_k 的自发辐射光子的单位极化矢量， $\vec{u}_{i1} = \langle i | \vec{u} | 1 \rangle$ 表示为 $|i\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 跃迁的电偶极矩， V 为量子化体积。将式(1.18) 代入薛定谔方程即可得到几率幅运动方程组：

$$\begin{aligned} i\dot{c}_1(t) &= \sum_k g_{1k} c_k(t) e^{-i(\omega_k - \omega_{21})t} \\ i\dot{c}_2(t) &= \sum_k g_{2k} c_k(t) e^{-i(\omega_k - \omega_{31})t} \\ i\dot{c}_k(t) &= \sum_k g_{k1} c_1(t) e^{-i(\omega_k - \omega_{21})t} + \sum_k g_{k2} c_2(t) e^{-i(\omega_k - \omega_{31})t} \end{aligned} \quad (1.19)$$

整理方程并根据 Weisskopf-Wigner 理论可得到（假定 $\omega_{32} \ll \omega_{21}, \omega_{31}$ ）

$$\begin{aligned} \dot{c}_1(t) &= -\Gamma_{21}/2 c_1(t) - p\sqrt{\Gamma_{21}\Gamma_{31}}/2 e^{-i\omega_{32}t} c_2(t) \\ \dot{c}_2(t) &= -\Gamma_{31}/2 c_2(t) - p\sqrt{\Gamma_{21}\Gamma_{31}}/2 e^{-i\omega_{32}t} c_1(t) \end{aligned} \quad (1.20)$$

其中， $\Gamma_{i1} = 2\pi |g_{ki}|^2 D(\omega_{i1})$ ($i=2,3$) 是能级 $|i\rangle$ 的自发辐射速率， $D(\omega_{i1})$ 是 ω_{i1} 的模密度。显然， c_1 和 c_2 间存在耦合， $p\sqrt{\Gamma_{21}\Gamma_{31}}/2 e^{-i\omega_{32}t}$ 为交叉耦合项。定义 $p = \vec{u}_{12} \cdot \vec{u}_{13} / |\vec{u}_{12}| |\vec{u}_{13}| = \cos\theta$ （ θ 为两个电偶极矩间的夹角），若 $p=0$ ，此时不存在量子干涉效应，若 $p=\pm 1$ ，此时量子干涉效应是最强的。显然，SGC 的存在需要满足：跃迁偶极矩的方向非正交并且近简并能级之间的能量间隔要足够的小。

第二章 研究的数学工具

2.1 哈密顿量与密度算符

我们知道，波函数 $|\psi\rangle$ 包含了其对应的系统中的所有信息，通过写出力学量 A 的期待值以此得到对应的确定信息：

$$\langle A \rangle_{QM} = \langle \psi | A | \psi \rangle \quad (2.1)$$

我们只知道系统处于 $|\psi\rangle$ 的几率密度为 P_ψ 而无法精确的知道其是否处于 $|\psi\rangle$ 上，这样的系统称为混合态。这样，我们除了要计算其平均值，还需要计算系综平均值：

$$\langle \langle A \rangle_{QM} \rangle_{ensemble} = \sum P_\psi \langle \psi | A | \psi \rangle \quad (2.2)$$

其中， $\langle \psi | A | \psi \rangle$ 表示量子平均， $\sum P_\psi$ 表示不确定系统所处的量子态而引入的经典平均。

某一力学量算符所对应的本征态 $\{|u_k\rangle\}$ 都能构成系统的正交完备基矢，即：

$$\langle \langle A \rangle_{QM} \rangle_{ensemble} = \sum_{\psi, k} P_\psi \langle u_k | \psi \rangle \langle \psi | A | u_k \rangle = \sum_k \langle u_k | A \rho | u_k \rangle = Tr(\rho A) \quad (2.3)$$

其中密度算符 ρ 定义为：

$$\rho = \sum_{\psi} P_\psi |\psi\rangle \langle \psi| \quad (2.4)$$

从方程（2.3）中可以看出：

$$Tr(\rho A) = Tr(A \rho) \quad (2.5)$$

当我们知道系统处于一个确定的态 $|\psi_0\rangle$ ，则：

$$\rho = |\psi_0\rangle \langle \psi_0| \quad (2.6)$$

$$Tr(\rho) = Tr(\rho^2) = 1 \quad (2.7)$$

对方程（2.3）求导，代入薛定谔方程，可得：

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] \quad (2.8)$$

上式为密度算符主方程，可以看出方程（2.8）不描述耗散或衰减过程，因为无法用一个基本的力学量来描述大量弱相互作用的平均结果。因此需在原方程加入耗散项：

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] - \frac{1}{2} \{\Gamma, \rho\} \quad (2.9)$$

其中, $\{\Gamma, \rho\} = \Gamma\rho + \rho\Gamma$, Γ 为耗散矩阵。

对于一个状态函数为 $|\psi\rangle = C_a|a\rangle + C_b|b\rangle$ 的二能级原子, 它的密度算符为:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = |C_a|^2 |a\rangle\langle a| + C_a C_b^* |a\rangle\langle b| + C_b C_a^* |b\rangle\langle a| + |C_b|^2 |b\rangle\langle b| \quad (2.10)$$

进一步取矩阵元有:

$$\begin{aligned} \rho_{aa} &= \langle a|\rho|a\rangle = |C_a(t)|^2 \\ \rho_{ab} &= \langle a|\rho|b\rangle = C_a(t)C_b^*(t) \\ \rho_{ba} &= \rho_{ab}^* \\ \rho_{bb} &= \langle b|\rho|b\rangle = |C_b(t)|^2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

ρ_{aa} 和 ρ_{bb} 为原子位于上能级和下能级的几率, 由偶极动量算符的期待值可得:

$$P = C_a C_b^* u_{ba} + c.c. = \rho_{ab} u_{ba} + c.c. \quad (2.12)$$

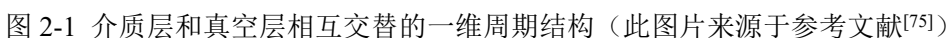
将哈密顿量代入方程 (2.9), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{aa} &= -\gamma_a \rho_{aa} + i(u_{ab} E \rho_{ba} - c.c.) / \hbar \\ \dot{\rho}_{bb} &= -\gamma_b \rho_{bb} - i(u_{ab} E \rho_{ba} - c.c.) / \hbar \\ \dot{\rho}_{ab} &= -(i\omega + \gamma_{ab}) \rho_{ab} + i u_{ab} E (\rho_{aa} - \rho_{bb}) / \hbar \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中, $\gamma_{ab} = (\gamma_a + \gamma_b) / 2$ 。

2.2 传输矩阵法

传输矩阵法非常适用于处理光场在周期性介质中的传播问题, 其优势在于能够快速且准确地分析周期性介质中光场的传播特性, 并用简单的方法清晰地描述其物理过程。传输矩阵法能够将光场在一个周期单元的前后边界间的物理量相互建立起联系, 从而有效地推导出单个周期元的传输矩阵, 再通过将多个周期的传输矩阵相乘, 可以得到光场在整个周期介质的色散方程及其传播的散射特性^[74]。


$$E(x, t) = [E^+(x) + E^-(x)]e^{-i\omega t} = [\varepsilon^+ e^{ikx} + \varepsilon^- e^{-ikx}]e^{-i\omega t} \quad (2.31)$$
$$E(x) \rightarrow \begin{pmatrix} E^+(x) \\ E^-(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix} \bigg|_x \quad (2.32)$$
$$\left. \begin{pmatrix} E_r^+ \\ E_r^- \end{pmatrix} \right|_{\mathbf{r}'} = M' \left. \begin{pmatrix} E_l^+ \\ E_l^- \end{pmatrix} \right|_{\mathbf{r}'} \quad (2.33)$$

前向场透射和反射的振幅设为:

后向场透射和反射的振幅设为:

13

传输矩阵可写为:

$$M = \frac{1}{T_{rl}} \begin{pmatrix} T_{rl}T_{lr} - R_{rl}R_{lr} & R_{rl} \\ -R_{lr} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

设通常情况下, 介质层的厚度为 d , 折射率为 n_2 , 介质两侧的折射率分别为 n_1 和 n_3 。通过折射率, 得到前向场和后向场的透射振幅、反射振幅

$$\begin{aligned} T_{13} &= \frac{t_{12}t_{23}e^{ikdn_2}}{1 + r_{12}'r_{23}e^{2ikdn_2}}, R_{13} = \frac{r_{12} + r_{23}e^{2ikdn_2}}{1 + r_{12}'r_{23}e^{2ikdn_2}} \\ T_{31} &= \frac{t_{32}t_{21}e^{ikdn_2}}{1 + r_{12}'r_{23}e^{2ikdn_2}}, R_{31} = \frac{r_{23} + r_{12}e^{2ikdn_2}}{1 + r_{12}'r_{23}e^{2ikdn_2}} \end{aligned} \quad (2.37)$$

其中, $r_{12} = -r_{21} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ 、 $t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ 、 $r_{23} = -r_{32} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}$ 、 $t_{23} = \frac{2n_2}{n_2 + n_3}$ 为入射时两个界面的菲涅尔系数。由于介质的两侧为真空层, $n_1 = n_3 = 1$, 公式 (2.34) 可简化为

$$\begin{pmatrix} E_r^+ \\ E_r^- \end{pmatrix} \bigg|_{x+d} = M' \begin{pmatrix} E_l^+ \\ E_l^- \end{pmatrix} \bigg|_x \quad (2.38)$$

其中, 传输矩阵 M' 为

$$M' = \frac{1}{4n_2} \begin{pmatrix} (n_2 + 1)^2 e^{ikdn_2} - (n_2 - 1)^2 e^{-ikdn_2} & (n_2^2 - 1)e^{ikdn_2} - (n_2^2 - 1)e^{-ikdn_2} \\ (n_2^2 - 1)e^{-ikdn_2} - (n_2^2 - 1)e^{ikdn_2} & (n_2 + 1)^2 e^{-ikdn_2} - (n_2 - 1)^2 e^{ikdn_2} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

式 (2.38) 和 (2.39) 描述了光场在单个周期介质层中的传播情况, 接下来, 我们研究光场在 n 个周期层的传播情况。通过 (2.31) 式, 可以得到在第 n 层时的电场

$$E_n(x, t) = [E_n^+(x) + E_n^-(x)]e^{-i\omega t} = [\varepsilon_n^+ e^{ikx} + \varepsilon_n^- e^{-ikx}]e^{-i\omega t} \quad (2.40)$$

通过边界条件, 由式 (2.38) 可得, 在第 $n+1$ 层电场为

$$\begin{pmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{pmatrix} \bigg|_{x=na+d/2} = M' \begin{pmatrix} E_n^+ \\ E_n^- \end{pmatrix} \bigg|_{x=na-d/2} \quad (2.41)$$

在第 n 层中的真空层两侧电场为

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{pmatrix} \bigg|_{x=(n+1)a-d/2} &= \begin{pmatrix} e^{ik(a-d)} & 0 \\ 0 & e^{-ik(a-d)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{pmatrix} \bigg|_{x=na+d/2} \\ &= M \begin{pmatrix} E_n^+ \\ E_n^- \end{pmatrix} \bigg|_{x=na-d/2} \end{aligned} \quad (2.42)$$

其中， M 是一个周期层的传输矩阵

$$M = \begin{pmatrix} e^{ik(a-d)} & 0 \\ 0 & e^{-ik(a-d)} \end{pmatrix} \cdot M' \quad (2.43)$$

因此，通过单个周期的传输矩阵，可以求出 N 个周期总的传输矩阵 M_N

$$M_N = M \cdot M \cdots M = M^N \quad (2.44)$$

第三章 基于四波混频系统实现空间极化率调制非互易光放大

3.1 理论模型与计算

本文中我们采取了四能级双 Lambda 模型，通过两个强耦合场控制两个弱探测场构成四波混频增益系统，如图 3-1 (a) 所示， $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 、 $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ 能级间加入强耦合场， $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 、 $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ 能级间加入弱探测场，拉比频率 $\Omega_{c1} = \mathbf{E}_{c1} \cdot \mathbf{d}_{31} / 2\hbar$ ， $\Omega_{c2} = \mathbf{E}_{c2} \cdot \mathbf{d}_{42} / 2\hbar$ ， $\Omega_{p1} = \mathbf{E}_{p1} \cdot \mathbf{d}_{32} / 2\hbar$ 和 $\Omega_{p2} = \mathbf{E}_{p2} \cdot \mathbf{d}_{41} / 2\hbar$ ， $\mathbf{d}_{ij} = \langle i | \mathbf{d} | j \rangle$ 表示能级 $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$ 跃迁的电偶极矩。均匀分布的铷原子如图 3-1 (c) 所示，探测场沿 x 方向入射，耦合场垂直于 x 方向入射。

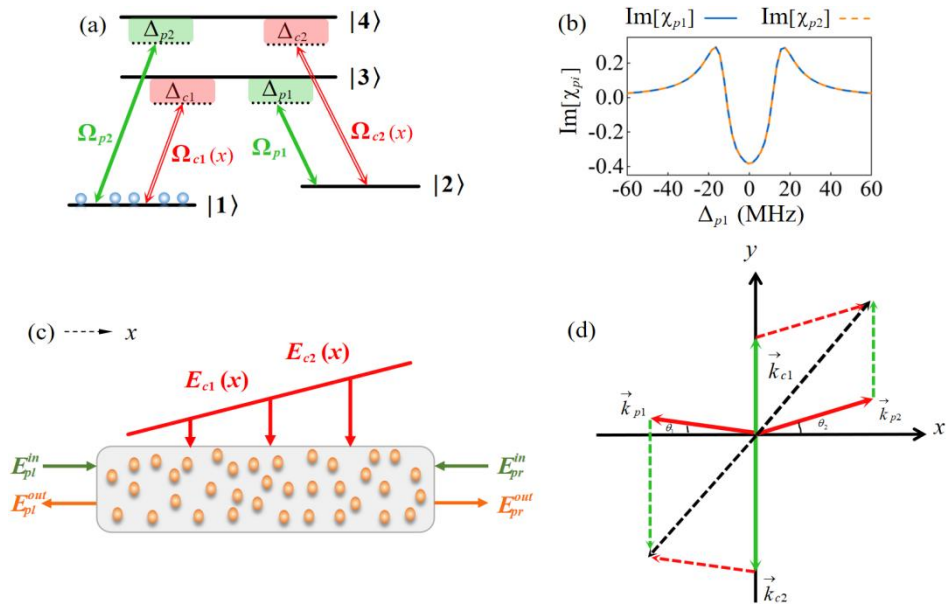


图 3-1 (a) 由两个强耦合场和两个弱探测场驱动的系统能级图；(b) 探测场极化率的虚部随失谐的变化；(c) 均匀原子介质图；(d) 四个激光场的波矢量图。

我们假设耦合场沿 x 方向是线性变化的，拉比频率为 $|\Omega_{c1}(x)|^2 = |\Omega_{c10}|^2 (k_1 x + b_1)$ 和 $|\Omega_{c2}(x)|^2 = |\Omega_{c20}|^2 (k_2 x + b_2)$ 。只有当动量和能量完全守恒时，四个波之间才能发生有效耦合，因此需要平衡 FWM 过程，即 $\Delta_{c1} - \Delta_{p1} + \Delta_{c2} - \Delta_{p2} = 0$ 和满足相位匹配条件

$\mathbf{k}_{c1} - \mathbf{k}_{p1} + \mathbf{k}_{c2} - \mathbf{k}_{p2} = 0$ 。值得注意的是，相位匹配条件需要精确的设计，例如两个耦合场垂直 x 轴反向传播，两个探测场沿 x 轴反向传播，如图 3-1 (d) 所示。

在电偶极矩和旋转波近似下，原子和光场相互作用的哈密顿量矩阵形式为

$$H = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\Omega_{c1}^*(x) & -\Omega_{p2}^* \\ 0 & \Delta_{c1} - \Delta_{p1} & -\Omega_{p1}^* & -\Omega_{c2}^*(x) \\ -\Omega_{c1}(x) & -\Omega_{p1} & \Delta_{c1} & 0 \\ -\Omega_{p2} & -\Omega_{c2}(x) & 0 & \Delta_{p2} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

将哈密顿量代入密度矩阵方程求密度矩阵

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{31} - i\Omega_{c1}(x)\rho_{13} + i\Omega_{p2}^*\rho_{41} - i\Omega_{p2}\rho_{14} + \Gamma_{31}\rho_{33} + \Gamma_{41}\rho_{44} \\ \dot{\rho}_{12} &= [i(\Delta_{c1} - \Delta_{p1}) - \gamma_{12}]\rho_{12} + i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{32} - i\Omega_{p1}\rho_{13} + i\Omega_{p2}^*\rho_{42} - i\Omega_{c2}\rho_{14} \\ \dot{\rho}_{13} &= (i\Delta_{c1} - \gamma_{13})\rho_{13} - i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{11} - i\Omega_{p1}^*\rho_{12} + i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{33} + i\Omega_{p2}^*\rho_{43} \\ \dot{\rho}_{14} &= (i\Delta_{p2} - \gamma_{14})\rho_{14} - i\Omega_{p2}^*\rho_{11} - i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{12} + i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{34} + i\Omega_{p2}^*\rho_{44} \\ \dot{\rho}_{22} &= i\Omega_{p1}^*\rho_{32} - i\Omega_{p1}\rho_{23} + i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{42} - i\Omega_{c2}(x)\rho_{24} + \Gamma_{32}\rho_{33} + \Gamma_{42}\rho_{44} \\ \dot{\rho}_{23} &= (i\Delta_{p1} - \gamma_{23})\rho_{23} - i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{21} - i\Omega_{p1}^*\rho_{22} + i\Omega_{p1}^*\rho_{33} + i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{43} \\ \dot{\rho}_{24} &= (i\Delta_{c2} - \gamma_{24})\rho_{24} - i\Omega_{p2}^*\rho_{21} - i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{22} + i\Omega_{p1}^*\rho_{34} + i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{44} \\ \dot{\rho}_{33} &= i\Omega_{c1}(x)\rho_{13} - i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{31} + i\Omega_{p1}\rho_{23} - i\Omega_{p1}^*\rho_{32} - \Gamma_{32}\rho_{33} - \Gamma_{31}\rho_{33} \\ \dot{\rho}_{34} &= [i(\Delta_{p2} - \Delta_{c1}) - \gamma_{34}]\rho_{34} + i\Omega_{c1}(x)\rho_{14} - i\Omega_{p2}^*\rho_{31} + i\Omega_{p1}\rho_{24} - i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{32} \end{aligned} \quad (3.2)$$

根据定义，密度矩阵 $\rho_{ij} = \langle i|\rho|j\rangle = \langle i|\psi\rangle\langle\psi|j\rangle = C_j C_i^*$ 表示处于 $|i\rangle$ 能级、 $|j\rangle$ 能级状态

概率幅密度的乘积，它表示能级间的相干状态。其中， $\gamma_{ij} = \frac{\Gamma_i + \Gamma_j}{2}$ 为能级 $|i\rangle$ 和 $|j\rangle$

间的退相干速率，且 $\Gamma_i = \sum_k \Gamma_{ik}, k=1,2,3,4$ 。上述方程受 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1$ 和共轭

条件 $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ 的约束，我们可以通过数值求解 ρ_{32} 和 ρ_{41} 。

将密度矩阵代入极化率表达式，求出此时系统中的极化率

$$\begin{aligned} \chi_{p1}(\Delta_p, x) &= \text{Re}[\chi_{p1}(\Delta_p, x)] + i \text{Im}[\chi_{p1}(\Delta_p, x)] \\ &= \frac{N_0 |d_{32}|^2 \rho_{32}(\Delta_p, x)}{\hbar \epsilon_0 \Omega_{p1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi_{p2}(\Delta_p, x) &= \text{Re}[\chi_{p2}(\Delta_p, x)] + i \text{Im}[\chi_{p2}(\Delta_p, x)] \\ &= \frac{N_0 |d_{41}|^2 \rho_{41}(\Delta_p, x)}{\hbar \varepsilon_0 \Omega_{p2}}\end{aligned}\quad (3.3)$$

其中， $\text{Re}[\chi_{pi}(\Delta_p, x)]$ 和 $\text{Im}[\chi_{pi}(\Delta_p, x)]$ 表示极化率的实部和虚部，原子密度 N_0 为一个常数。接下来，可以通过极化率求得折射率

$$n_{pi}(x) = \sqrt{1 + \chi_{pi}(\Delta_p, x)} \quad (3.4)$$

下文中我们用传输矩阵的方法来检测光的传输特性。首先,我们将总长度为 L 的介质均匀分成 S 份，每一份的长度为 $\delta = L/S$ ，可得到单周期传输矩阵

$$m_j(\Delta_p, x_j) = \frac{1}{t_j(\Delta_p, x_j)} \begin{bmatrix} \left(t_j(\Delta_p, x_j)^2 - r_j^r(\Delta_p, x_j) r_j^l(\Delta_p, x_j) \right) & r_j^l(\Delta_p, x_j) \\ -r_j^r(\Delta_p, x_j) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

其中， $t_j^l(\Delta_p, x_j) = t_j^r(\Delta_p, x_j) = t_j(\Delta_p, x_j)$ 为第 j 层左侧和右侧的透射系数， $r_j^l(\Delta_p, x_j) = r_j^r(\Delta_p, x_j) = r_j(\Delta_p, x_j)$ 为第 j 层左侧和右侧的反射系数，这些系数由折射率决定，因此，介质总的传输矩阵为

$$\begin{aligned}M^l(\Delta_p) &= \prod_{j=1}^{j=k} m_j(\Delta_p, x_j) \\ M^r(\Delta_p) &= \prod_{j=S}^{j=k'} m_j(\Delta_p, x_j)\end{aligned}\quad (3.6)$$

其中 k 和 k' 为介质任意位置层数， S 为总层数。由此，我们可得到探测场的左右反射率

$$\begin{aligned}R_{pi}^l(\Delta_p, L) &= \left| r_{pi}^l(\Delta_p, L) \right|^2 = \left| \frac{M_{12}^l(\Delta_p, L)}{M_{22}^l(\Delta_p, L)} \right|^2 \\ R_{pi}^r(\Delta_p, L) &= \left| r_{pi}^r(\Delta_p, L) \right|^2 = \left| \frac{M_{21}^r(\Delta_p, L)}{M_{22}^r(\Delta_p, L)} \right|^2\end{aligned}\quad (3.7)$$

我们发现左右反射率的区别在于传输矩阵的非对角元，如果光场不随位置变化，那么传输矩阵的非对角元 M_{12} 和 M_{21} 就是共轭的，左右反射也是互易的。因此，为了实现非互易的反射，我们令耦合场的强度在空间域随位置变化，从而使传输矩阵对角元不再共轭。

最后，我们可以通过对比度因子来描述非互易的程度

$$C_{pi}(\Delta_p, L) = \left| \frac{R_{pi}^l(\Delta_p, L) - R_{pi}^r(\Delta_p, L)}{R_{pi}^l(\Delta_p, L) + R_{pi}^r(\Delta_p, L)} \right| \quad (3.8)$$

对比度因子越接近 1，说明非互易程度越好，越接近单向反射。

3.2 非互易反射光放大

3.2.1 探测场极化率随位置的变化

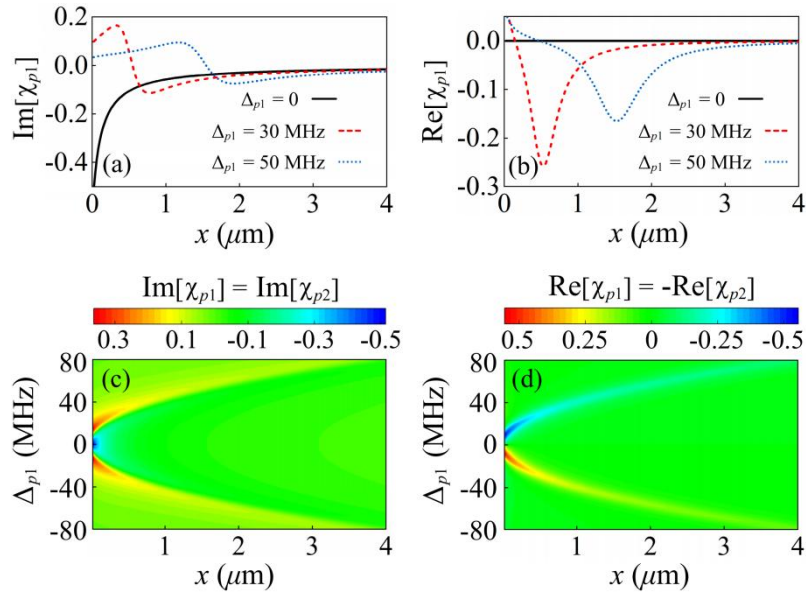


图 3-2 (a) 和 (b) 为极化率的虚部和实部随位置的变化，其中 $\Delta_{p1} = 0$ （黑色实线）、 $\Delta_{p1} = 30$ MHz（红色虚线）、 $\Delta_{p1} = 50$ MHz（蓝色点线）；(c) 和 (d) 为极化率虚部和实部随位置 x 和失谐 Δ_{p1} 变化的维彩图。其他参数如下： $N_0 = 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ， $\Omega_0 = 4 \text{ MHz}$ ， $k = 25 \mu\text{m}^{-1}$ ， $b = 1.5$ ， $\Omega_{p1} = \Omega_{p2} = 0.01 \text{ MHz}$ ， $\Delta_c = \Delta_d = 0$ ， $\Gamma_{41} = \Gamma_{42} = \Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 6 \text{ MHz}$ ， $d_{14} = 2.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$ ，介质长度 $L = 4 \mu\text{m}$ 。

在本节中，我们将检查增益系统中的光学非互易性，并通过线性调制耦合场的强度来实现放大的单向反射。首先，考虑最简单的情况，为了方便令 $|\Omega_{c10}|^2 = |\Omega_{c20}|^2 = |\Omega_0|^2$ ， $k_1 = k_2 = k$ 和 $b_1 = b_2 = b$ 。图 3-2 (a) 和 (b) 描述了不同的失谐下，探测场极化率的虚部和实部随位置的变化。(c) 和 (d) 描述了极化率的虚部和实部随失谐和位置的共同变化。在图 (a) 和 (b) 中很容易看出，吸收谱线 ($\text{Im}[\chi_{pi}]$)

在整个空间中表现为奇对称性，而色散谱线 $\text{Re}[\chi_{pi}]$ 仅在部分空间中表现为偶对称性。然而，这种奇特的对称性随着 $|\Delta_{p1}|$ 的增加而逐渐解除，如图（c）和（d）所示。因此，在我们的方案中，极化率 $\chi_{pi}(x) = \chi_{pi}^*(-x)$ 所描述的部分空间满足 P-T 对称性。众所周知，P-T 对称性是实现非互易反射的关键特征。在这里，需要强调的是，极化率显示 P-T 对称性，则满足空间 Kramers-Kronig 关系，该关系可以使一侧反射为零，从而实现单向反射。下面我们将检验极化率不完全满足 P-T 对称条件和 Kramers-Kronig 关系下的单向反射。

3.2.2 探测场反射率以及对比度随失谐的变化

从图 3-3（a）和（b）中，我们发现探测场 $\mathbf{E}_{p1}[\mathbf{E}_{p2}]$ 的右侧反射 $R_{p1}^r[R_{p2}^r]$ 在频率域 $\Delta_{p1} \in (-10 \text{ MHz}, 30 \text{ MHz})[\Delta_{p1} \in (-30 \text{ MHz}, 10 \text{ MHz})]$ ，反射率较高，且增益峰值超过 2.0。值得注意的是，右侧反射 $R_{p1}^r[R_{p2}^r]$ 达到峰值时，左侧反射率 $R_{p1}^l \rightarrow 0[R_{p2}^l \rightarrow 0]$ ，呈现出非常完美的单向反射。这也可以通过对比度因子 $C_{p1}[C_{p2}]$ --非互易反射的重要品质因数来描述，对比度因子越高说明光的单向性越好，如图（c）和（d）所示。特别地，探测场的右侧反射率超过 1，物理解释如下：在我们的系统中，由于 FWM 共振，探测场可以被放大，也就是说，探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi_{p1,2}] < 0$ （如图 3-1（b）所示），由此证明了单向反射放大是满足 P-T 对称性和探测场吸收为负的共同作用。此外，我们分别绘制了探测场反射率峰值对应的失谐 $\Delta_{p1} = \pm 15 \text{ MHz}$ 时，右侧反射系数 r_{pi}^r （左侧反射系数 r_{pi}^l ）的虚部和实部 $\text{Im}[r_{pi}^r]$ 和 $\text{Re}[r_{pi}^r]$ （ $\text{Im}[r_{pi}^l]$ 和 $\text{Re}[r_{pi}^l]$ ）随位置 x 的变化，如图（e）和（f）所示。显然在整个介质长度上， $\text{Im}[r_{pi}^l]$ 和 $\text{Re}[r_{pi}^l]$ 几乎为零，导致左侧入射的光完全没有反射。然而， $\text{Im}[r_{pi}^r]$ 和 $\text{Re}[r_{pi}^r]$ 是简谐振荡的，并且对位置 x 很敏感。有趣的是，当 $\text{Im}[r_{pi}^r]$ 绝对值达到最大值， $\text{Re}[r_{pi}^r]$ 的绝对值最小，反之亦然。因此，右侧的反射总是很高，与图 3-3（a）和（b）非常一致。

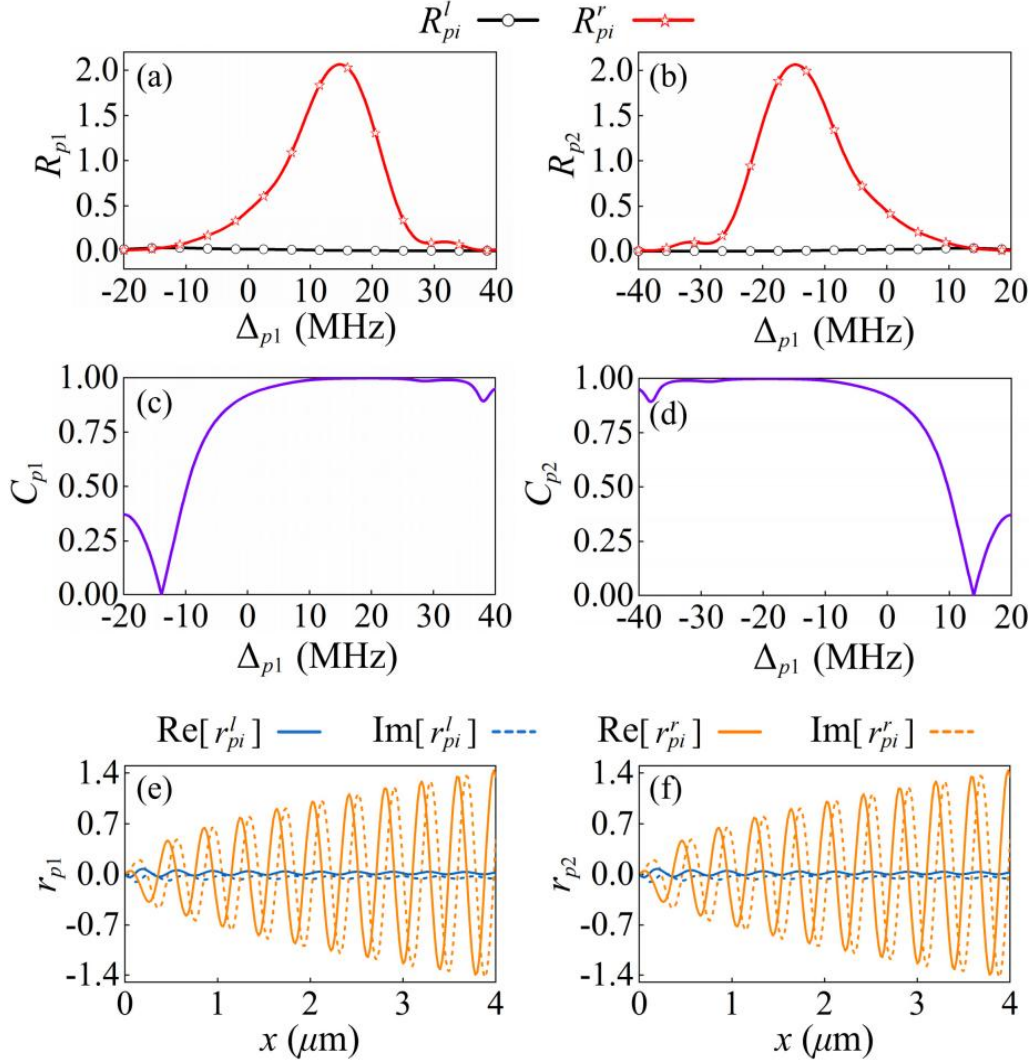


图 3-3 (a) 和 (b) 为 E_{p1} 和 E_{p2} 左侧反射 R_{pi}^l (黑色圆线) 和右侧反射 R_{pi}^r (红色星线) 随失谐 Δ_{p1} 的变化; (c) 和 (d) 为左右两侧对比度因子 C_{p1} 和 C_{p2} 随失谐 Δ_{p1} 的变化; (e) 和 (f) 为探测场 E_{p1} 和 E_{p2} 的左侧和右侧反射系数的实部 (蓝色实线和橙色实线) 和虚部 (蓝色虚线和橙色虚线) 随位置 x 的变化。其他参数与图 3-2 相同。

3.3 其他参数对非互易反射光放大的影响

3.3.1 耦合场失谐对反射带的影响

在图 3-4 中我们分析耦合场失谐 $\Delta_{c1} = \Delta_{c2} = \Delta_c$ 的变化对两个探测场单向反射放大的影响。在图 (a) 和 (b) 中, 可以发现左侧反射仍然处于被抑制状态, $R_{pi}^l < 0.06$ 甚至达到了 0.02。相对于 $\Delta_c = 0$ 时的反射带, $\Delta_c = -10$ MHz 时, 两个探测场右侧反射带变

宽变高， $\Delta_c = 10$ MHz 时，变得低而窄。本质上，增益峰的频率域随着 Δ_c 的变化而发生不规则的移动。因此，我们绘制了探测场 E_{p1} 的左右反射随失谐 Δ_{p1} 和 Δ_c 的变化，以便用来检验增益峰的位置，如图 (c) 和 (d) 所示。很明显，在很大范围内的失谐 Δ_c ，左侧反射 R_{p1}^l 低于 0.1，在 $\Delta_c \in (-20 \text{ MHz}, 0)$ 频域内，反射率最低值可达 0.02。相应的右侧反射率 R_{p1}^r 在该频率域内被放大，并且在合适的 Δ_{p1} ， $\Delta_c \in (-40 \text{ MHz}, 0)$ 大频域范围内，右侧反射非常高。物理的解释是反射带的宽度是由 EIT 窗口的特性决定的，由于 Fano 干涉，在 EIT 窗口内弱探测场不会被吸收，而在增益系统中被传输的反射光甚至会被放大。反射带由 EIT 的特性来决定，EIT 受到耦合场失谐 Δ_c 的调制。由此可见，可以通过在频率域内调节耦合场的失谐进而调制探测场反射带的宽度以及高度和位置。因此，可以调节耦合场的失谐来动态地操纵单向反射的放大。

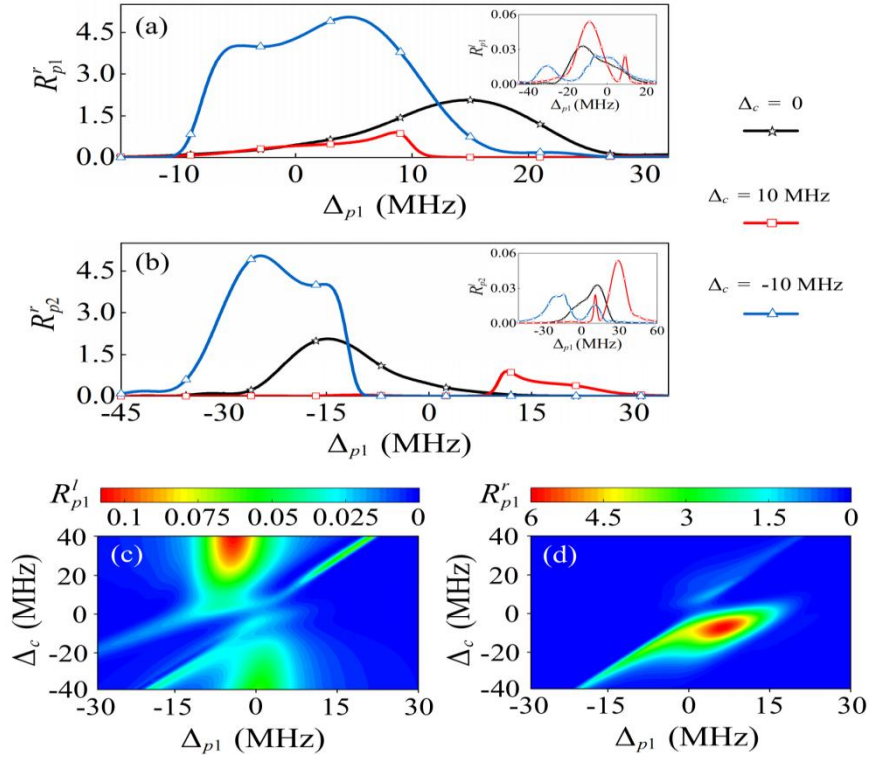


图 3-4 (a) 和 (b) 为探测场 E_{p1} 和 E_{p2} 的右侧反射 R_{p1}^r 和左侧反射 R_{p2}^l (见插图) 随失谐 Δ_{p1} 的变化，当 $\Delta_c = 0$ (黑色星线)、 $\Delta_c = 10$ MHz (红色方线) 和 $\Delta_c = -10$ MHz (蓝色三角线)；(c) 和 (d) 为探测场左反射 R_{p1}^l 和右反射 R_{p1}^r 随探测场 E_{p1} 失谐 Δ_c 和 Δ_{p1} 的变化。其他参数与图 3-2 一致。

3.3.2 原子数密度以及场强对反射率的影响

在图 3-5 中，我们进一步研究了原子数密度对单向反射的影响。可以清楚的看到两个探测场的右侧 R_{pi}^r 反射带随着原子密度的增加而增加。尽管两个探测场的左反射也有增加，但反射率仍然较低， $R_{pi}^l < 0.04$ （见插图）。根据公式（3.3）可以发现探测场的极化率随原子数密度的变化而线性变化。值得强调的是，在我们的方案中，探测场的反射率可以通过增加原子数密度和 FWM 共振来加强。这意味着在我们系统中，光放大是可行的。

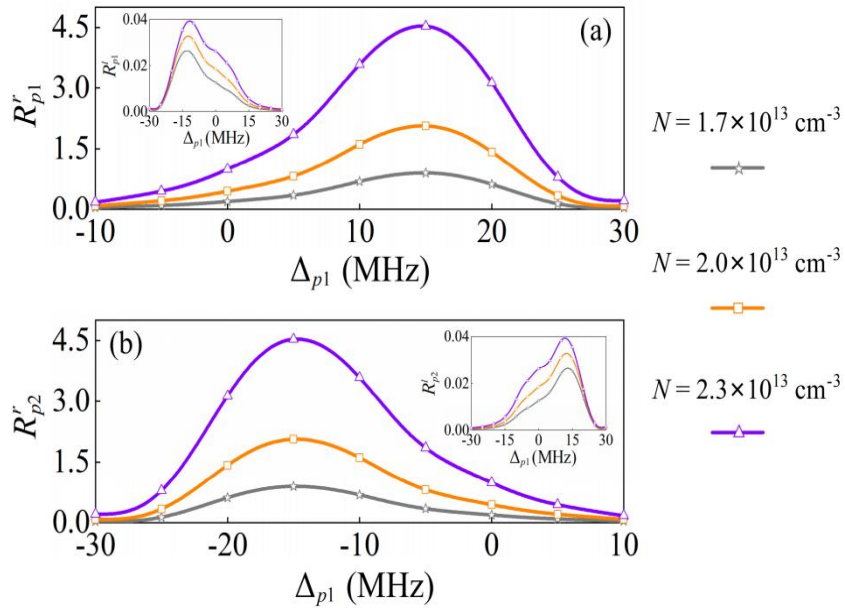


图 3-5 (a) 和 (b) 描述了探测场 $\mathbf{E}_{p1}$ 和 $\mathbf{E}_{p2}$ 右反射 R_{pi}^r 和左反射 R_{pi}^l 随失谐的变化，其中 $N = 1.7 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ （灰色星线）、 $N = 2.0 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ （橙色方线）、 $N = 2.3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ （紫色三角线），其他参数与图 3-2 一致。

最后，在图 3-6 中，我们考虑了两个不同线性变化的耦合场如何来调制单向反射。根据先前的分析，在耦合场强度线性增加的情况下，两个探测场的右侧反射表现出放大，而左侧反射在共振点附近受到强烈的吸收。我们感兴趣的是，两个耦合场的强度随 x 线性减小，会发生什么？如图 3-6 (a) 和 (b) 所示，在共振条件下，探测场的左侧反射 R_{pi}^l 有个尖锐的增益峰，右侧反射 R_{pi}^r 有显著的吸收。这清楚地表明，单向反射主要取决于极化率的空间调制。在图 (c) 和图 (d) 中，我们固定一个耦合场强度为定值，设置另一个耦合场强度随空间位置线性增加来分析单向反射光放大的情况。很明显，两个单向反射带明显减小并远离共振点 $\Delta_{p1} = 0$ 。探测场反射率 R_{pi}^r 对耦合场 $\mathbf{E}_{c1}$

更敏感，探测场反射率 $R_{p_2}^r$ 对耦合场 E_{c_2} 更敏感。这是因为单个耦合场强度的线性变化降低了对探测场极化率空间对称性的破坏，而另一个恒定的耦合场不足以明显提高探测场的增益。由此可见，通过调节两个耦合场强度的线性变化，在调制探测场反射的单向放大时，我们的四波混频机制可以提供更灵活的方式。

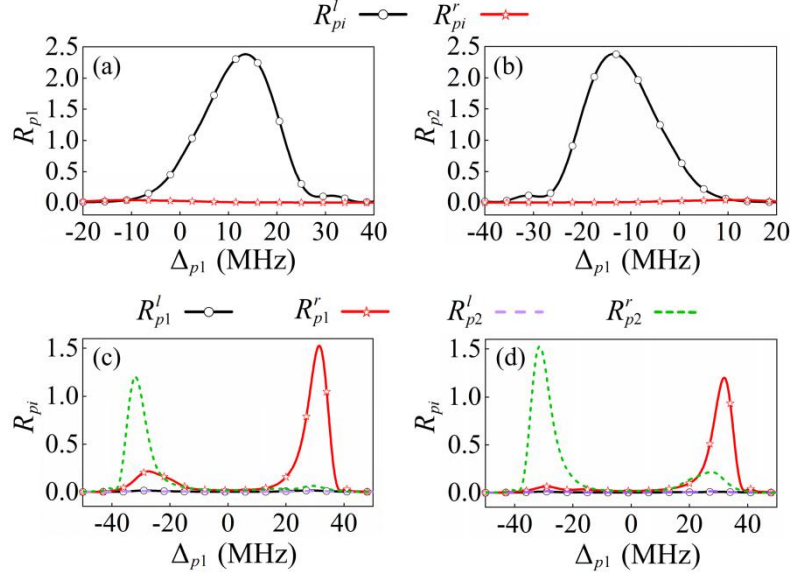


图 3-6 (a) 和 (b) 描述了在 $k = -25 \mu\text{m}^{-1}$, $b = 101.5$, 探测场 E_{p1} 和 E_{p2} 右反射 R_{pi}^r (红色星线) 和左反射 R_{pi}^l (黑色圆线) 随失谐的变化; (c) 描述了在 $k_1 = 25 \mu\text{m}^{-1}$, $b_1 = 1.5$, $\Omega_{c2}(x) = 25 \text{ MHz}$, 探测场 E_{p1} 和 E_{p2} 右反射 R_{pi}^r 和左反射 R_{pi}^l 随失谐的变化; (d) 描述了 $k_2 = 25 \mu\text{m}^{-1}$, $b_2 = 1.5$, $\Omega_{c1}(x) = 25 \text{ MHz}$, 探测场 E_{p1} 和 E_{p2} 右反射 R_{pi}^r 和左反射 R_{pi}^l 随失谐的变化。其他参数与图 3-2 相同。

第四章 基于自发辐射相干实现非互易反射的动力学调控

4.1 理论模型与计算

在第三章中，我们对四能级双 Lambda 四波混频共振系统进行了研究，重点关注了非互易光反射的放大效应。接下来，我们将探讨自发辐射相干（SGC）效应对非互易反射的影响。首先，我们从最简单的三能级 Lambda 系统开始分析。将冷铷 87 原子放在样品池中，通过一个强耦合场、一个弱探测场与原子耦合构成三能级 Λ 模型，如图 4-1 (a) 所示。频率为 ω_p （振幅为 E_p ）的弱探测场作用在偶极允许的跃迁 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 上，其拉比频率（失谐）为 $\Omega_p = \mathbf{E}_p \cdot \mathbf{d}_{32} / 2\hbar$ ($\Delta_p = \omega_p - \omega_{32}$)；频率为 ω_c （振幅为 E_c ）的强耦合场作用在偶极允许的跃迁 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 上，其拉比频率（失谐）为 $\Omega_c = \mathbf{E}_c \cdot \mathbf{d}_{31} / 2\hbar$ ($\Delta_c = \omega_c - \omega_{31}$)，其中 $\mathbf{d}_{ij}$ 是 $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$ 跃迁的电偶极矩。需要强调的是，基态 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 为两个足够近的超精细结构能级，激发态能级向两个基态能级自发辐射跃迁时，两个自发辐射跃迁通道 Γ_{31} 和 Γ_{32} 会产生相干，因此，在我们的系统中必须要考虑自发辐射相干效应。在旋转波近似和电偶极矩近似下，系统的相互作用哈密顿量可以表示为

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\Omega_c^* \\ 0 & \Delta_c - \Delta_p & -\Omega_p^* \\ -\Omega_c & -\Omega_p & \Delta_c \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

将哈密顿量代入密度算符运动方程 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \Lambda \rho$ ，我们可以得到以下的密度矩阵方程

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= i\Omega_c^* \rho_{31} - i\Omega_c \rho_{13} + \Gamma_{31} \rho_{33} + \Gamma_{21} \rho_{22} \\ \dot{\rho}_{12} &= i(\Delta_c - \Delta_p) \rho_{12} + i\Omega_c^* \rho_{32} - i\Omega_p \rho_{13} - \gamma_{12} \rho_{12} - (\eta \sqrt{\Gamma_{31} \Gamma_{32}} \rho_{33}) \\ \dot{\rho}_{13} &= -i\Omega_c^* \rho_{11} - i\Omega_p^* \rho_{12} + i\Omega_c^* \rho_{33} + i\Delta_c \rho_{13} - \gamma_{13} \rho_{13} \\ \dot{\rho}_{22} &= i\Omega_p^* \rho_{32} - i\Omega_p \rho_{23} + \Gamma_{32} \rho_{33} - \Gamma_{21} \rho_{22} \\ \dot{\rho}_{23} &= -i\Omega_c^* \rho_{21} + i\Delta_p \rho_{23} - i\Omega_p^* \rho_{22} + i\Omega_p^* \rho_{33} - \gamma_{23} \rho_{23} \end{aligned} \quad (4.2)$$

上述方程满足粒子数守恒和共轭条件，即 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$ ， $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ 。其中， Γ_{31} 和 Γ_{32} 为激发态能级 $|3\rangle$ 向基态能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 跃迁的自发辐射速率， γ_{ij} 为退相干的驰豫速率 ($\gamma_{ij} = \frac{\Gamma_i + \Gamma_j}{2}$ ， $\Gamma_i = \sum_m \Gamma_{im}$ ， $\Gamma_j = \sum_n \Gamma_{jn}$)。我们的系统中存在 SGC 效应，这意味着系统的特性除了与驱动场的频率和振幅有关，还受到相对相位的影响。此时，驱动场的拉比频率需重新定义 $\Omega_p = G_p e^{i\phi_p}$ ($G_p = G_{p0} \sin \theta$) 和 $\Omega_c = G_c e^{i\phi_c}$ ($G_c = G_{c0} \sin \theta$)。需要注意的是，由于考虑了 SGC 效应，系统中电偶极矩的矩阵元 d_{13} 和 d_{23} 必须是非正交的。换句话说，只有当 $\eta = 1$ 时 ($\eta = \eta_0 \cos \theta$ ，其中 θ 为两个电偶极矩间的夹角，如图 4-1(b) 所示)。激发态能级向两个相近基态能级自发辐射跃迁时才会产生相干效应，并且相干项为 $\eta_0 \cos \theta \sqrt{\Gamma_{31}\Gamma_{32}} e^{i\phi}$ ，且 $\phi = \phi_p - \phi_c$ 。

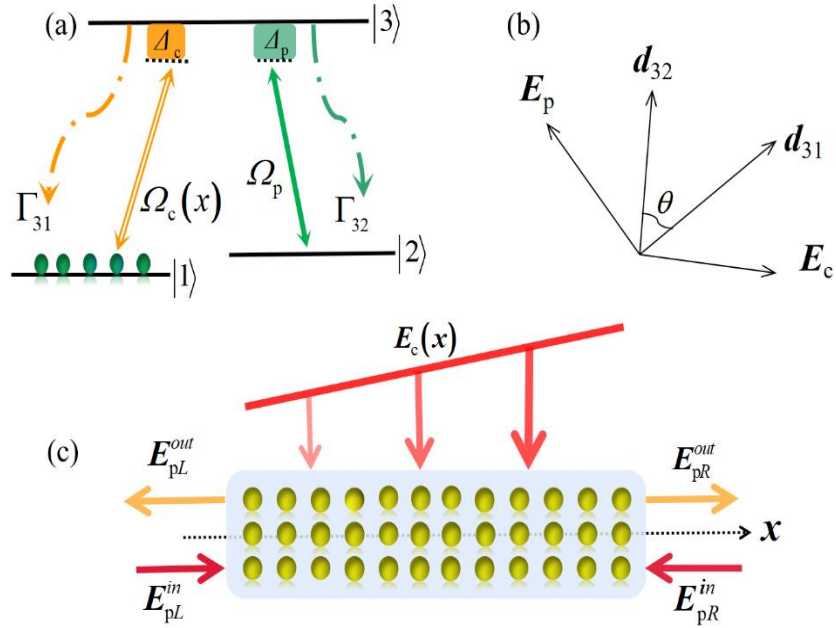


图 4-1 (a) 存在 SGC 的三能级 Lambda 型相干原子系统；(b) 相干场的振幅与电偶极矩相互垂直，并且两个电偶极矩间的夹角为 θ ；(c) 均匀介质中耦合场垂直 x 轴入射，探测场沿着 x 轴分别从介质的两侧入射和反射。

由于我们的系统考虑了 SGC，探测场和耦合场的相位需要重新定义以下变量：

$$\rho_{12} = \sigma_{12} e^{i(\phi_p - \phi_c)}, \rho_{21} = \sigma_{21} e^{i(\phi_c - \phi_p)}, \rho_{13} = \sigma_{13} e^{i\phi_c}, \rho_{23} = \sigma_{23} e^{i\phi_p}, \rho_{11} = \sigma_{11}, \rho_{22} = \sigma_{22},$$

$\phi_p - \phi_c = -(\phi_c - \phi_p)$ ，我们将新定义的变量代入方程 (4.2) 中，可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{\partial\sigma}_{11} &= iG_c^* \sigma_{31} - iG_c \sigma_{13} + \Gamma_{31} \sigma_{33} + \Gamma_{21} \sigma_{22} \\
\dot{\partial\sigma}_{12} &= i(\Delta_c - \Delta_p) \sigma_{12} + iG_c^* \sigma_{32} - iG_p \sigma_{13} - \gamma_{12} \sigma_{12} - (\eta \sqrt{\Gamma_{31} \Gamma_{32}} \sigma_{33} e^{i\phi}) \\
\dot{\partial\sigma}_{13} &= -iG_c^* \sigma_{11} - iG_p^* \sigma_{12} + iG_c^* \sigma_{33} + i\Delta_c \sigma_{13} - \gamma_{13} \sigma_{13} \\
\dot{\partial\sigma}_{22} &= iG_p^* \sigma_{32} - iG_p \sigma_{23} + \Gamma_{32} \sigma_{33} - \Gamma_{21} \sigma_{22} \\
\dot{\partial\sigma}_{23} &= -iG_c^* \sigma_{21} + i\Delta_p \sigma_{23} - iG_p^* \sigma_{22} + iG_p^* \sigma_{33} - \gamma_{23} \sigma_{23}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

其中, $\eta \sqrt{\Gamma_{31} \Gamma_{32}} \sigma_{33} e^{i\phi}$ 为自发辐射带来的相干项。值得强调的是, 耦合场拉比频率在空间域中随位置 x 线性变化, 其函数关系为: $|G_c|^2 = |G_{c0} \sin \theta|^2 kx$, 如图 4-1(c)所示。

接下来, 通过方程 (4.3) 可以数值求解极化率, 探测场的极化率为

$$\begin{aligned}
\chi_p(\Delta_p, x) &= \text{Re}[\chi_p(\Delta_p, x)] + i \text{Im}[\chi_p(\Delta_p, x)] \\
&= \frac{N |d_{32}|^2 \rho_{32}(\Delta_p, x)}{\hbar \epsilon_0 \Omega_p}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

这里, $\text{Re}[\chi_p(\Delta_p, x)]$ 和 $\text{Im}[\chi_p(\Delta_p, x)]$ 代表探测场极化率的实部和虚部 (色散和吸收), N 为原子密度, 是一个常量, 此时系统的折射率为 $n_p(\Delta_p, x) = \sqrt{1 + \chi_p(\Delta_p, x)}$, 通过公式 (3.5) 和 (3.6) 计算得到探测场的反射率。

4.2 考虑电偶极矩夹角 θ 对非互易反射的影响

通常情况下, 光在均匀介质中传播时具有互易性, 但在该系统中, 我们通过调节耦合场的拉比频率, 使其随着空间位置线性变化, 在图 4-2(a)、(b)中可以清晰地观察到探测光的左右反射是非互易的。此外, 系统考虑了 SGC 效应, 耦合场的拉比频率还受到电偶极矩夹角的调制, 如图 4-2 所示, 我们探究了电偶极矩夹角对探测场反射率的影响, 具体来说, (a)、(b)和(c)图, 分别对应 θ 为 $\pi/4$ 、 $\pi/2$ 和 π 的不同情况。我们观察到当 $\theta = \pi/4$ 时, 在频率域 $\Delta_p \in (-50 \text{ MHz}, 50 \text{ MHz})$ 内, 探测光是非互易的, 这意味着左右反射率不相等 (黑色为左反射, 红色为右反射), 并且在频率域 $\Delta_p \in (-13 \text{ MHz}, -1 \text{ MHz})$ 实现了接近于完美的非互易反射。当 $\theta = \pi/2$ 时, 系统中自发辐射的相干项为 0, 也就是说此时系统不受 SGC 影响, 如图 4-1(b)所示, 我们发现在频率域 $\Delta_p \in (-60 \text{ MHz}, 60 \text{ MHz})$ 内, 探测场可以实现非互易反射, 反射带变宽了, 并

且在频率域 $\Delta_p \in (-20 \text{ MHz}, -5 \text{ MHz})$ 内, 可以实现完美的非互易反射。当 $\theta = \pi$ 时, 我们观察到探测场的左右反射率是重合的, 并且很小。总之, 在不同的 θ 下, 探测场的反射带区域是不同的, 因此, 我们可以通过调节电偶极矩夹角来调节探测光非互易的反射区域。

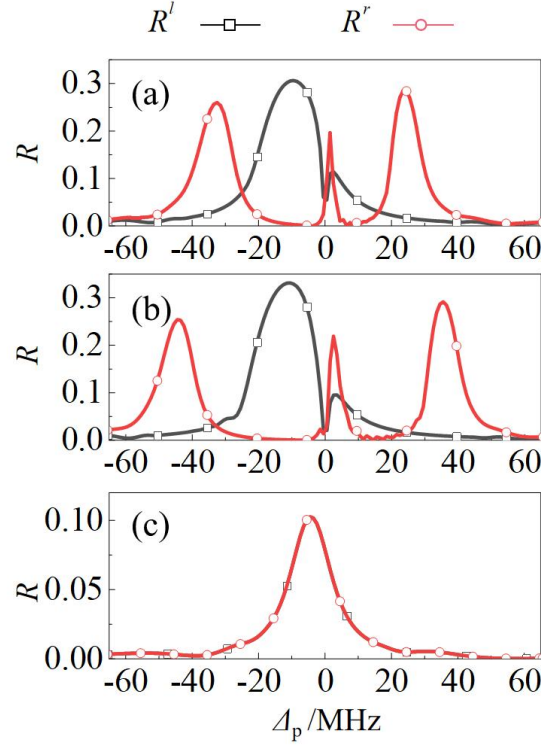


图 4-2 探测场的反射率随失谐的变化, 其中(a), (b), (c)分别对应着 $\theta = \pi/4$ 、 $\theta = \pi/2$ 、 $\theta = \pi$ 。

相关参数: $G_{c0} = 4 \text{ MHz}$, $k = 25 \mu\text{m}^{-1}$, $G_p = 0.01 \text{ MHz}$, $d_{23} = 2.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$, $\Delta_c = 0$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 6 \text{ MHz}$, $N = 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, 介质长度 $L = 4 \mu\text{m}$ 。

进一步地, 我们研究了电偶极矩夹角对探测场极化率的虚部(吸收)的影响, 如图 4-3(a)所示。我们发现当 $\theta = \pi/4$ 时, 在失谐 $\Delta_p \in (-20 \text{ MHz}, 20 \text{ MHz})$ 频率范围内, $\text{Im}[\chi_p] = 0$, 探测光场吸收为 0, 这意味着探测光能够被有效反射, 而不被介质吸收; 当 $\theta = \pi/2$ 时, 在失谐 $\Delta_p \in (-30 \text{ MHz}, 30 \text{ MHz})$ 频率范围内, 探测场的吸收为 0, 与 $\theta = \pi/4$ 相比, 吸收为 0 的频率域变宽, 吸收谱线的宽度也相应增加, 这导致非互易反射区域会变宽, 如图 4-2(b)所示; 当 $\theta = \pi$ 时, 在共振点 $\Delta_p = 0$ 附近, $\text{Im}[\chi_p] > 0$, 探测光被介质吸收, 导致其反射率降低, 如图 4-2(c)所示。在图 4-3(b)中, 我们进一步展示

了在不同频率范围和电偶极矩夹角下，探测场吸收谱线的变化情况。当 $\theta = \pi/2 + k\pi$ 时，系统处于无 SGC 效应，吸收谱线的频率范围最宽，这对应着最大范围的非互易反射区域；当 $\theta \neq \pi/2 + k\pi$ 时，系统存在 SGC， θ 改变时，吸收谱线为 0 的频率范围会逐渐变窄，对应非互易反射带会变窄，直到 $\theta = k\pi$ 时，探测光被完全吸收，其反射率接近零。由此可见，通过调节电偶极矩夹角 θ 能够周期性地调制探测场的极化率吸收谱线，从而有效地调节非互易反射区域的特性。

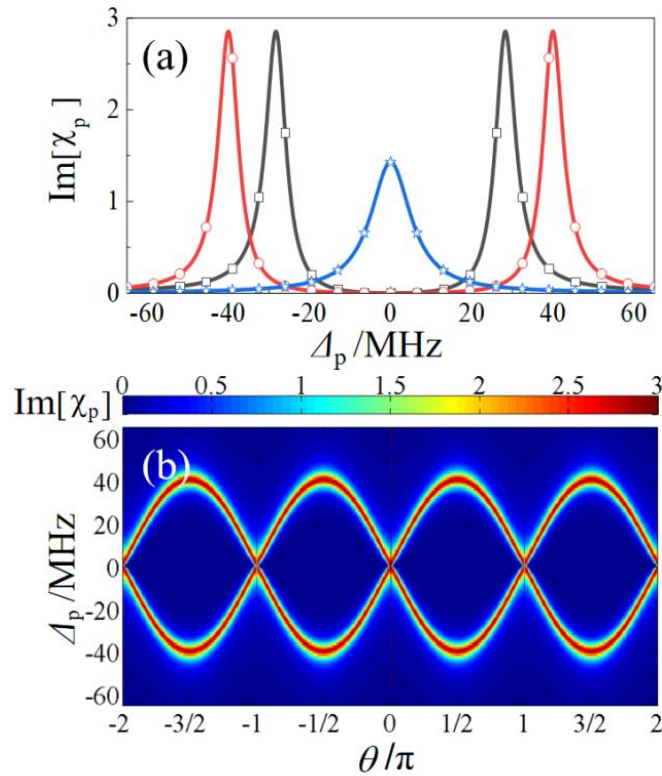


图 4-3 (a) 探测场的极化率的虚部随失谐的变化（黑线、红线、蓝线分别对应 $\theta = \pi/4$ 、 $\theta = \pi/2$ 、 $\theta = \pi$ ）；(b) 探测场极化率的虚部随失谐和电偶极矩夹角的变化，其他参数与图 4-2 相同。

4.3 其他参数对非互易反射的影响

4.3.1 极化率随失谐和电偶极矩夹角的变化

在接下来的讨论中，我们将研究当 $\theta = \pi/4$ 时，探测场极化率虚部（吸收）和实部（色散）在频率域和空间域上的变化情况。从图 4-4(a)和(b)中可以看出极化率的吸收谱线在频率域和空间域上均呈现出偶对称性，而色散曲线则呈现出奇对称性，这表明

极化率的奇偶性符合 P-T 对称性。进一步观察图 4-4(c)和(d)，我们可以更直观地发现，当 $\Delta_p = 10$ MHz 时，极化率的虚部和实部在介质长度 $x = 0.5 \mu\text{m}$ 处呈现出对称性；当 $\Delta_p = 20$ MHz 时，极化率的虚部和实部在介质长度 $x = 2 \mu\text{m}$ 处对称，这意味着探测场的失谐会影响 P-T 对称点的位置。这一现象在图(e)和(f)中有所描述，当 θ 为定值时，无论系统是否考虑 SGC 效应，探测场失谐 Δ_p 的增大（减小）都会导致 P-T 对称点的位置向右移动（向左移动）。

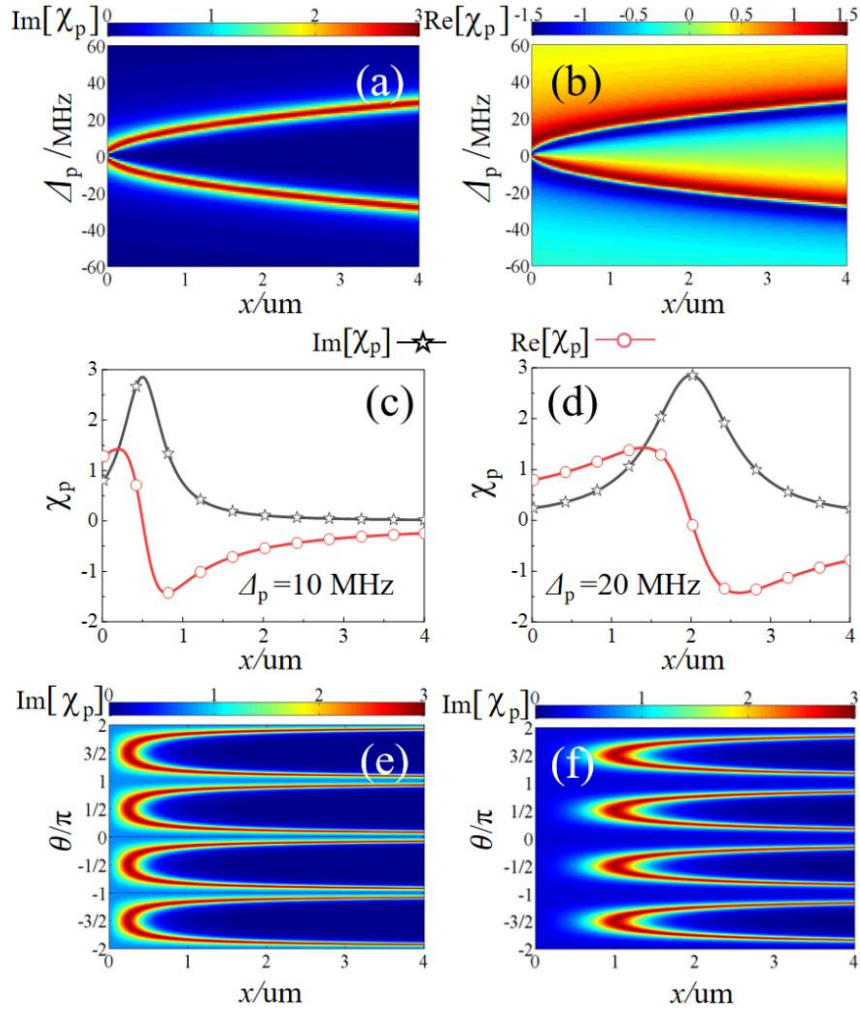


图 4-4 (a), (b) 探测场极化率虚部和实部随失谐和位置的变化；(c), (d)在不同失谐下，探测场极化率的实部和虚部随位置的变化；(e), (f)在不同失谐下探测场极化率的虚部随电偶极矩夹角和位置的变化，其他参数与图 4-2 相同。

4.3.2 耦合场失谐对反射率的影响

最后，在图 4-5 中进一步讨论了耦合场失谐对探测场的左右反射率随失谐变化的影响。在图(a)和(b)中，我们发现当 $\Delta_c = 0$ 时，在 $\Delta_p \in (-30 \text{ MHz}, 30 \text{ MHz})$ 的频率范围内可以实现探测场的非互易反射；而当 $\Delta_c = 20 \text{ MHz}$ 时，在 $\Delta_p \in (-20 \text{ MHz}, 40 \text{ MHz})$ 的频率范围内可以实现探测场非互易反射，换句话说，耦合场的失谐增大（减小），会导致探测场左右反射带的位置向右移动（向左移动）。这是由于耦合场失谐的变化会影响探测场极化率吸收谱线为零的频率范围（即 EIT 窗口位置），从而影响了探测场非互易反射带的区域，如图(c)所示。随着耦合场失谐增大（减小），探测场 EIT 窗口的位置会相应的向右移动（向左移动）。因此，通过调节耦合场的失谐，我们可以实现对非互易反射区域的动态调控。

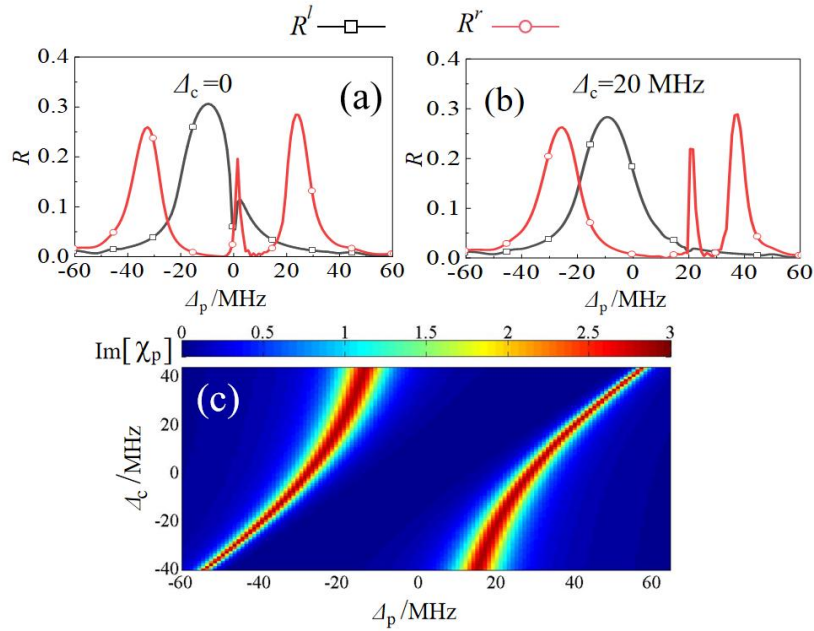


图 4-5 (a), (b) 探测场的左右反射随失谐的变化；(c) 极化率的虚部随耦合场失谐和探测场失谐的变化，其他参数与图 4-2 相同。

第五章 基于四波混频和自发辐射相干实现非互易光放大

5.1 理论模型与计算

在本节中，我们采用的能级结构与第三章相同，四个原子能级 $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ 分别对应 $|5S_{1/2}, F=1, m_F=1\rangle, |5S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle, |5P_{1/2}, F=1, m_F=1\rangle, |5P_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle$ 。需要强调的是，我们选择的四能级原子系统中的基态是超精细结构的近能级。当激发态能级向这两个基态能级自发辐射跃迁时，产生了两个自发辐射跃迁通道，即 Γ_{31} 和 Γ_{32} 、 Γ_{41} 和 Γ_{42} ，从而导致系统的密度矩阵方程为

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_{11} &= i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{31} - i\Omega_{c1}(x)\rho_{13} + i\Omega_{p2}^*\rho_{41} - i\Omega_{p2}\rho_{14} + \Gamma_{31}\rho_{33} + \Gamma_{41}\rho_{44} \\
 \dot{\rho}_{12} &= \left[i(\Delta_{c1} - \Delta_{p1}) - \gamma_{12} \right] \rho_{12} + i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{32} - i\Omega_{p1}\rho_{13} + i\Omega_{p2}^*\rho_{42} - i\Omega_{c2}\rho_{14} \\
 &\quad - \left(\eta_0 \sqrt{\Gamma_{31}\Gamma_{32}} \cos\theta_1 \rho_{33} + \eta_0 \sqrt{\Gamma_{41}\Gamma_{42}} \cos\theta_2 \rho_{44} \right) \\
 \dot{\rho}_{13} &= (i\Delta_{c1} - \gamma_{13})\rho_{13} - i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{11} - i\Omega_{p1}^*\rho_{12} + i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{33} + i\Omega_{p2}^*\rho_{43} \\
 \dot{\rho}_{14} &= (i\Delta_{p2} - \gamma_{14})\rho_{14} - i\Omega_{p2}^*\rho_{11} - i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{12} + i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{34} + i\Omega_{p2}^*\rho_{44} \\
 \dot{\rho}_{22} &= i\Omega_{p1}^*\rho_{32} - i\Omega_{p1}\rho_{23} + i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{42} - i\Omega_{c2}(x)\rho_{24} + \Gamma_{32}\rho_{33} + \Gamma_{42}\rho_{44} \\
 \dot{\rho}_{23} &= (i\Delta_{p1} - \gamma_{23})\rho_{23} - i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{21} - i\Omega_{p1}^*\rho_{22} + i\Omega_{p1}^*\rho_{33} + i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{43} \\
 \dot{\rho}_{24} &= (i\Delta_{c2} - \gamma_{24})\rho_{24} - i\Omega_{p2}^*\rho_{21} - i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{22} + i\Omega_{p1}^*\rho_{34} + i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{44} \\
 \dot{\rho}_{33} &= i\Omega_{c1}(x)\rho_{13} - i\Omega_{c1}^*(x)\rho_{31} + i\Omega_{p1}\rho_{23} - i\Omega_{p1}^*\rho_{32} - \Gamma_{32}\rho_{33} - \Gamma_{31}\rho_{33} \\
 \dot{\rho}_{34} &= \left[i(\Delta_{p2} - \Delta_{c1}) - \gamma_{34} \right] \rho_{34} + i\Omega_{c1}(x)\rho_{14} - i\Omega_{p2}^*\rho_{31} + i\Omega_{p1}\rho_{24} - i\Omega_{c2}^*(x)\rho_{32}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

这里， $\theta_1(\theta_2)$ 为电偶极矩夹角，具体见图 5-1 (a)。需要注意的是，一旦原子的能级被确定，电偶极矩就不再改变。 $\eta_0 \sqrt{\Gamma_{31}\Gamma_{32}} \cos\theta_1$ ($\eta_0 \sqrt{\Gamma_{41}\Gamma_{42}} \cos\theta_2$) 分别表示 $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 和 $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ ($|4\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 和 $|4\rangle \leftrightarrow |2\rangle$) 之间交叉耦合引起的量子相干效应，即 SGC。值得强调的是，SGC 要求电偶极矩 d_{31} 和 d_{32} (d_{41} 和 d_{42}) 是非正交的。

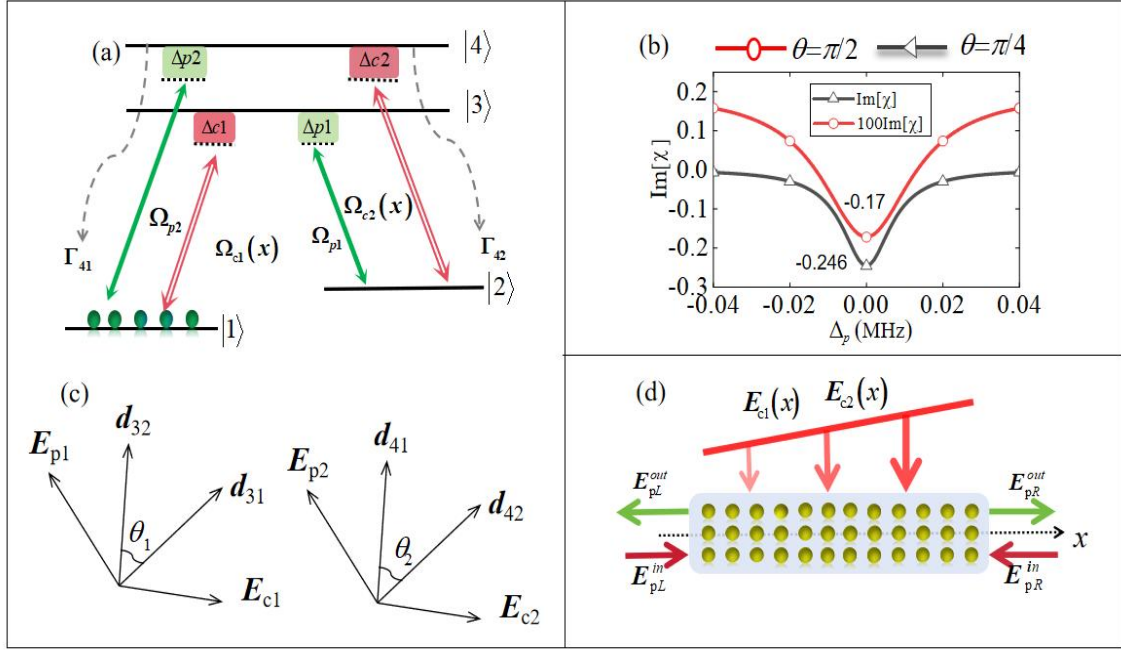


图 5-1 (a) 为存在 SGC 的四能级双 Lambda 相干原子增益系统，且相干场的振幅与电偶极矩相互垂直，两个偶极矩间的夹角为 $\theta_1(\theta_2)$ 。(b) 为 $\theta = \pi/2$ 和 $\theta = \pi/4$ 时，探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 随失谐 Δ_p 的变化。(c) 图为均匀介质中，耦合场垂直于 x 方向入射，探测场沿着 x 方向入射。

受到 SGC 的影响，对方程进行如下变换：首先重新定义拉比频率为 $\Omega_{pi} = G_{pi} e^{i\varphi_{pi}}$ ($G_{pi} = G_{p0i} \sin \theta_i$) 和 $\Omega_{ci} = G_{ci} e^{i\varphi_{ci}}$ ($G_{ci} = G_{c0i} \sin \theta_i$)，其中 G_{pi} 和 G_{ci} 是实数。其次，重新定义公式 (5.1) 中的变量 $\rho_{ii} = \sigma_{ii}$, $\rho_{12} = \sigma_{12} e^{i(\varphi_{p1} - \varphi_{c1})}$, $\rho_{21} = \sigma_{21} e^{i(\varphi_{p2} - \varphi_{c2})}$, $\rho_{34} = \sigma_{34} e^{i(\varphi_{c2} - \varphi_{p1})}$, $\rho_{43} = \sigma_{43} e^{i(\varphi_{c1} - \varphi_{p2})}$, $\rho_{13} = \sigma_{13} e^{i\varphi_{c1}}$, $\rho_{14} = \sigma_{14} e^{i\varphi_{p2}}$, $\rho_{23} = \sigma_{23} e^{i\varphi_{p1}}$ 和 $\rho_{24} = \sigma_{24} e^{i\varphi_{c2}}$ 。其中，相对相位 $\varphi_1 = \varphi_{p1} - \varphi_{c1}$ 和 $\varphi_2 = \varphi_{c2} - \varphi_{p2}$ 满足 $\varphi_{c2} - \varphi_{p1} = -(\varphi_{c1} - \varphi_{p2})$, $\varphi_{p1} - \varphi_{c1} = -(\varphi_{p2} - \varphi_{c2})$ 。

利用重新定义的密度矩阵元素，我们得到了以下新方程：

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_{11} &= iG_{c1}^*(x)\sigma_{31} - iG_{c1}(x)\sigma_{13} + iG_{p2}^*\sigma_{41} - iG_{p2}\sigma_{14} + \Gamma_{31}\sigma_{33} + \Gamma_{41}\sigma_{44} \\
 \dot{\sigma}_{12} &= \left[i(\Delta_{c1} - \Delta_{p1}) - \gamma_{12} \right] \sigma_{12} + iG_{c1}^*(x)\sigma_{32} - iG_{p1}\sigma_{13} + iG_{p2}^*\sigma_{42} - iG_{c2}\sigma_{14} \\
 &\quad - \left(\eta_0 \sqrt{\Gamma_{31}\Gamma_{32}} \cos \theta_1 \sigma_{33} + \eta_0 \sqrt{\Gamma_{41}\Gamma_{42}} \cos \theta_2 \sigma_{44} \right) \\
 \dot{\sigma}_{13} &= (i\Delta_{c1} - \gamma_{13})\sigma_{13} - iG_{c1}^*(x)\sigma_{11} - iG_{p1}\sigma_{12} + iG_{c1}^*(x)\sigma_{33} + iG_{p2}^*\sigma_{43}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\partial\sigma}_{14} &= (i\Delta_{p2} - \gamma_{14})\sigma_{14} - iG_{p2}^*\sigma_{11} - iG_{c2}^*(x)\sigma_{12} + iG_{c1}^*(x)\sigma_{34} + iG_{p2}^*\sigma_{44} \\
\dot{\partial\sigma}_{22} &= iG_{p1}^*\sigma_{32} - iG_{p1}\sigma_{23} + iG_{c2}^*(x)\sigma_{42} - iG_{c2}(x)\sigma_{24} + \Gamma_{32}\sigma_{33} + \Gamma_{42}\sigma_{44} \\
\dot{\partial\sigma}_{23} &= (i\Delta_{p1} - \gamma_{23})\sigma_{23} - iG_{c1}^*(x)\sigma_{21} - iG_{p1}^*\sigma_{22} + iG_{p1}^*\sigma_{33} + iG_{c2}^*(x)\sigma_{43} \\
\dot{\partial\sigma}_{24} &= (i\Delta_{c2} - \gamma_{24})\sigma_{24} - iG_{p2}^*\sigma_{21} - iG_{c2}^*(x)\sigma_{22} + iG_{p1}^*\sigma_{34} + iG_{c2}^*(x)\sigma_{44} \\
\dot{\partial\sigma}_{33} &= iG_{c1}(x)\sigma_{13} - iG_{c1}^*(x)\sigma_{31} + iG_{p1}\sigma_{23} - iG_{p1}^*\sigma_{32} - \Gamma_{32}\sigma_{33} - \Gamma_{31}\sigma_{33} \\
\dot{\partial\sigma}_{34} &= [i(\Delta_{p2} - \Delta_{c1}) - \gamma_{34}]\sigma_{34} + iG_{c1}(x)\sigma_{14} - iG_{p2}^*\sigma_{31} + iG_{p1}\sigma_{24} - iG_{c2}^*(x)\sigma_{32}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

需要注意的是，公式（5.2）和（5.1）的不同之处在于 η_0 变为 $\eta_0' = \eta_0 e^{i\varphi_1}$ ，复数拉比频率被实数替代。在下面的讨论中，我们令 $\varphi_1 = \varphi_2$ 和 $\theta_1 = \theta_2$ 。

基于极化率空间对称性破坏的非互易反射依赖于耦合场强的线性变化。这里我们设置 $|G_{c1}(x)|^2 = |G_{c10} \sin \theta|^2 k_1 x$ （ $|G_{c2}(x)|^2 = |G_{c20} \sin \theta|^2 k_2 x$ ），如图 5-1（c）所示。随后，通过对方程进行数值求解 σ_{32} ，可以得到极化率，进而通过公式（3.4）、（3.5）和（3.6）计算得到探测场的反射率。

5.2 考虑 SGC 对非互易的影响

本章重点研究了在增益系统中考虑自发辐射相干光学非互易性，并针对两个耦合场在空间域内线性变化的情况展开讨论。为了简化问题，我们令 $G_{c1} = G_{c2} = G_c$ ， $G_{c10} = G_{c20} = G_{c0}$ ， $k_1 = k_2 = k$ 。首先研究了当 $\theta = \pi/2$ 时（在此情况下系统不考虑 SGC），分析了探测场反射率的变化趋势（见图 5-2（a）所示）。我们观察到在 $\Delta_p \in (0, 2 \text{ MHz})$ 范围内，表现出良好的单向性，右侧反射 R^r 可达 3.5，而左侧反射 R^l 几乎为 0。保持其他参数不变，当 $\theta = \pi/4$ ，系统存在 SGC 效应，我们发现探测场的反射率显著提升，左侧反射 R^l 接近于 3800，右侧反射 R^r 超过 1，并且反射带的频率范围变窄（见图 5-2（b）所示）。这是因为在考虑 SGC 时，探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 远远大于不考虑 SGC 时的虚部 $\text{Im}[\chi]$ ，超过了 100 倍，如图 5-1（b）所示。结果表明，SGC 的存在对探测场增益起到了重要作用，在 FWM 过程中采用 SGC 可以显著提高探测场增益的效率。

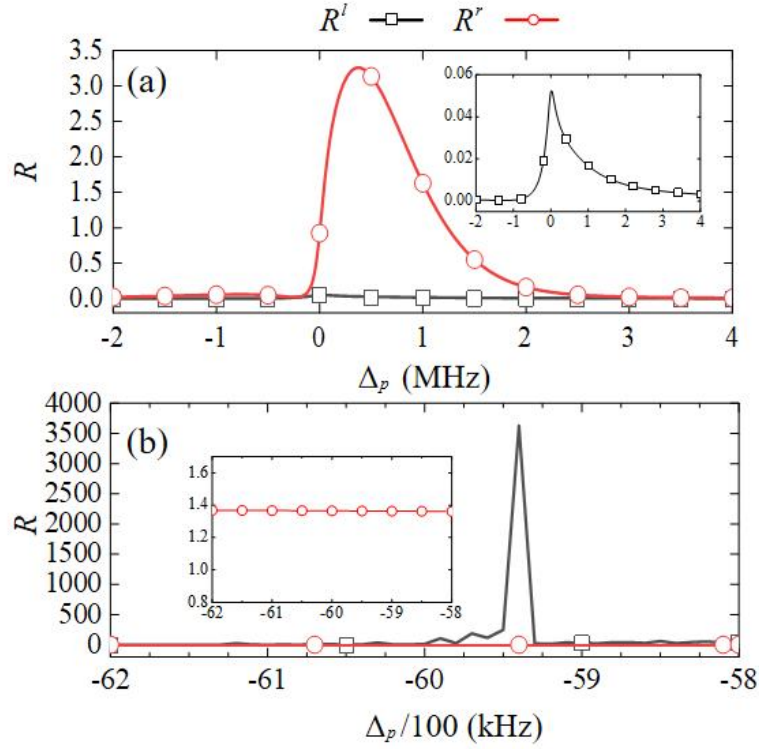


图 5-2 探测场反射率 R 随失谐 Δ_p 的变化，（a）对应 $\theta = \pi/2$ ，（b）对应 $\theta = \pi/4$ 。相关参数：

$$N = 3 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}, \quad G_{c0} = 4 \text{ MHz}, \quad k = 1 \text{ } \mu\text{m}^{-1}, \quad G_{p1} = G_{p2} = 0.001 \text{ MHz}, \quad \Delta_{c1} = \Delta_{c2} = 0,$$

$$\Gamma_{41} = \Gamma_{42} = \Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 6 \text{ MHz}, \quad \varphi = 0, \quad d_{23} = 2.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m} \text{ 和介质长度为 } L = 4 \text{ } \mu\text{m}。$$

在图 5-2 中，我们观察到在考虑 SGC 效应的情况下，系统表现出强烈的增益，但此时单向光的效果不好，这是因为在 FWM 过程中已经存在显著的增益，而考虑 SGC 后增益效果进一步增强。当偶极矩夹角 $\theta = \pi/4$ 和相位 $\varphi = 0$ 时，通过方程 (3.3)，我们发现探测场的极化率和原子数密度以及耦合场的强度相关。为了更好地观察考虑 SGC 时，探测场的反射情况，我们重新选择了原子数密度 N 、斜率 k 和介质长度 L 。在图 5-3 (a) 中我们发现 $N \in (6 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}, 8 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3})$ ，探测场表现出较好的单向性和增益效果，在后面的研究中我们选取原子数密度为 $N = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ；(b) 中可以发现当 $k = 1$ 的时候，探测场的单向性和增益效果达到最佳；(c) 中可以发现当介质长度 $L = 4 \text{ } \mu\text{m}$ 时，探测场表现出最佳的单向性和增益效果。与图 5-2 相比，我们调整原子数密度 N 从 $N = 3 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ 降至 $N = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ，耦合场强度 G_c 的最大值从

$G_c = 8 \text{ MHz}$ 到 $G_c = 0.2 \text{ MHz}$ 。因此，我们的结果表明，利用 SGC 效应，该系统具有两个主要优点，能够实现谐振式 FWM 过程中的无反转增益。首先，我们不需要使用非常强的耦合场就能放大探测场。其次，通过 SGC 可以获得超窄探测光谱。由于在实验中难以将涉及的激光之间的相对位相噪声降低到这种相干程度，因此通常需要在数值计算中获得所期望的窄光谱特征。一些实验结果已经尝试使用 SGC 来减小光谱线宽^[76]。

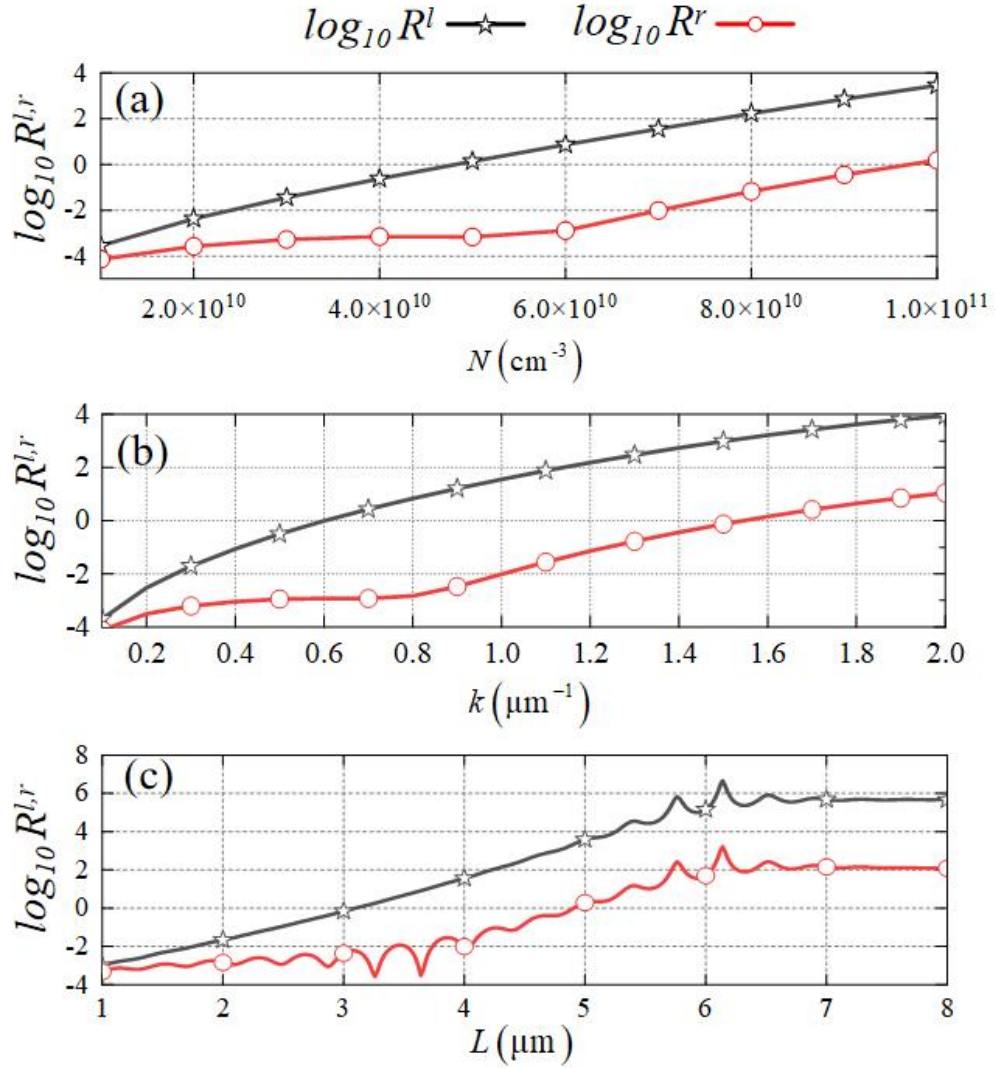


图 5-3 (a)、(b) 和 (c) 分别对应探测场反射率的对数 $\log_{10} R^R$ 随原子数密度 N 、斜率 k 和介质长度 L 的变化，其中 $\theta = \pi/4$, $\Delta_p = 0$ ，其他参数与图 5-2 一致。

5.3 电偶极矩夹角 θ 和相位 φ 对非互易光放大的影响

5.3.1 电偶极矩夹角对反射率和极化率的影响

我们对电偶极矩夹角对探测场反射率的影响产生了浓厚兴趣。当相位 $\varphi=0$ 时， $\theta = \pi/4$ 时，在失谐 $\Delta_p \in (-0.003 \text{ MHz}, 0.003 \text{ MHz})$ 频率域内，探测场 E_p 的左侧反射率 R^l 较高，而右侧反射率 R^r 几乎为 0，同时反射带的宽度较窄，带宽为 6 kHz（见图 5-4（a2）所示）。相比之下，当 $\theta = \pi/2$ 时（即系统中无 SGC），探测场 E_p 的左右反射都很低（如图（b2）所示），这是因为不考虑 SGC 时，探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 比考虑 SGC 时极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 小了 100 倍，如图（a1）和（a2）所示。此外，我们观察到当 $\theta = 3\pi/4$ 时，探测场 E_p 的反射率在共振点 $\Delta_p = 0$ 附近相对较低（如图（c2）所示），这是由于当 $\theta = \pi/4$ 和 $\theta = 3\pi/4$ 时 $\cos\theta$ 的值发生变化，极化率的虚部由增益变为吸收，从而导致反射率的降低，如图（a1）和（c1）所示。另外，当 $\theta = \pi$ 时，在共振点 $\Delta_p = 0$ 附近，探测场 E_{p1} 的反射率进一步降低，并且左右反射率相等（如图（d2）所示），这是由于当 $\theta = \pi$ ， $\sin\theta = 0$ ，耦合场的强度不再随位置发生变化，使得系统成为互易系统，因此探测场的左右反射率相等（如图（d1）所示）。在进一步的研究中，我们探索了在共振点 $\Delta_p = 0$ 时，探测场反射率随电偶极矩夹角的变化情况（见图（f）），我们发现在 $\theta \in (-\pi/2, 0)$ 和 $(0, \pi/2)$ 这个区域内，反射率最高，同时也对应着最大的增益（见图（e）），而当 $\theta = \pi/5$ 时，反射率达到最大值。最后值得强调的是，窄谱线技术的重要性不仅体现在科学研究领域，更是在工业生产和军事战略中扮演着不可或缺的角色。它能够帮助我们探测到微小物质的存在，同时在精确测量各种参数时提供了极大的优势。这种谱线的精准测量能力，为相关领域的发展提供了新的可能性，推动了科技进步并拓展了工业和军事应用。

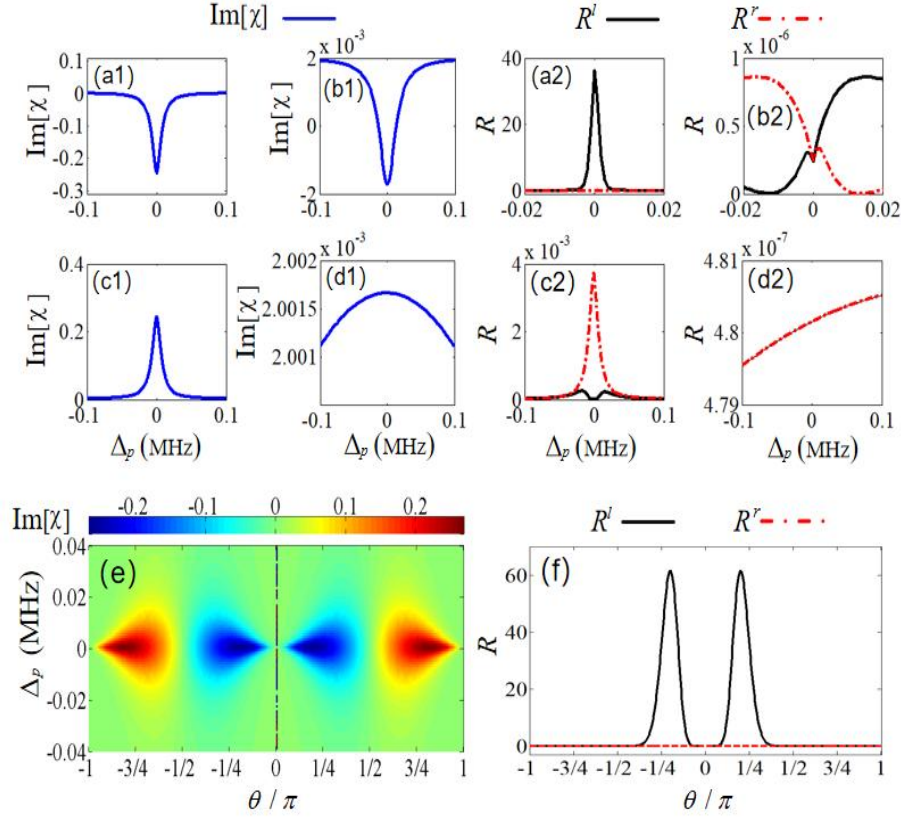


图 5-4 (a1)、(b1)、(c1) 和 (d1) 为探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 随失谐 Δ_p 的变化；(a2)、(b2)、(c2) 和 (d2) 为探测场反射率 R 随失谐 Δ_p 的变化，其中 (a)、(b)、(c) 和 (d) 分别对应着 $\theta = \pi/4$ 、 $\theta = \pi/2$ 、 $\theta = 3\pi/4$ 、 $\theta = \pi$ ；(e) 为极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 随失谐 Δ_p 和电偶极矩夹角 θ 的变化；(f) 为反射率 R 随电偶极矩夹角 θ 的变化。其中 $N = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $G_{c0} = 0.1 \text{ MHz}$, $k = 1 \mu\text{m}^{-1}$, 其他参数与图 5-2 一致。

5.3.2 相位对反射率和极化率的影响

下面，继续研究当 $\theta = \pi/5$ 时，相位 φ 对增益谱线的影响。在图 5-5 (a1)、(b1)、(c1)、(d1) 和 (a2)、(b2)、(c2)、(d2) 我们展示了不同相位下的探测场极化率 $\text{Im}[\chi]$ 和反射率 R 随失谐的变化。当 $\varphi = 0$ 时，在 $\Delta_p \in (-0.002 \text{ MHz}, 0.002 \text{ MHz})$ 频率域内，我们观察到极化率的虚部 $\text{Im}[\chi] < 0$ (见图 (a1) 所示)，这种特征使得反射率达到最高，并且表现出最佳的单向性，同时谱线的宽度达到了 4 kHz (见图 (a2) 所示)；当 $\varphi = \pi/2$ 时，增益峰的位置在

$\Delta_p \in (-0.02 \text{ MHz}, 0)$ 频率域内 (见图 (b1) 所示), 此时左侧反射率 R^l 会有所下降, 而右侧反射率 R^r 仍然近似于 0 (见图 (b2) 所示)。另一方面, 当 $\varphi = \pi$ 时, 在 $\Delta_p \in (-0.02 \text{ MHz}, 0.02 \text{ MHz})$ 频率域内, 我们注意到极化率的虚部 $\text{Im}[\chi] > 0$ (见图 (c1) 所示), 这表明光被系统吸收, 因此导致了探测场反射率 R 的显著降低 (如图 (c2) 所示)。最后, 当 $\varphi = 3\pi/2$ 时, 在 $\Delta_p \in (0, 0.02 \text{ MHz})$ 频率域内, 极化率的虚部 $\text{Im}[\chi] < 0$, 与 $\varphi = \pi/2$ 相比极化率和反射率的位置发生了变化, 从 $\Delta_p \in (-0.02 \text{ MHz}, 0)$ 到 $\Delta_p \in (0, 0.02 \text{ MHz})$ (如图 (d1) 和 (d2) 所示)。通过对图 (e) 的观察, 我们可以得出结论, 在相位 $\varphi \in (-\pi/2 + 2k\pi, \pi/2 + 2k\pi)$ 范围内, 极化率的虚部 $\text{Im}[\chi] < 0$, 对应的反射率也达到了最高 (如图 (f) 所示), 这为我们提供了对谱线进行周期性调制的可能性。这些发现对于进一步理解相位对系统性能的影响以及谱线调制具有重要的意义。

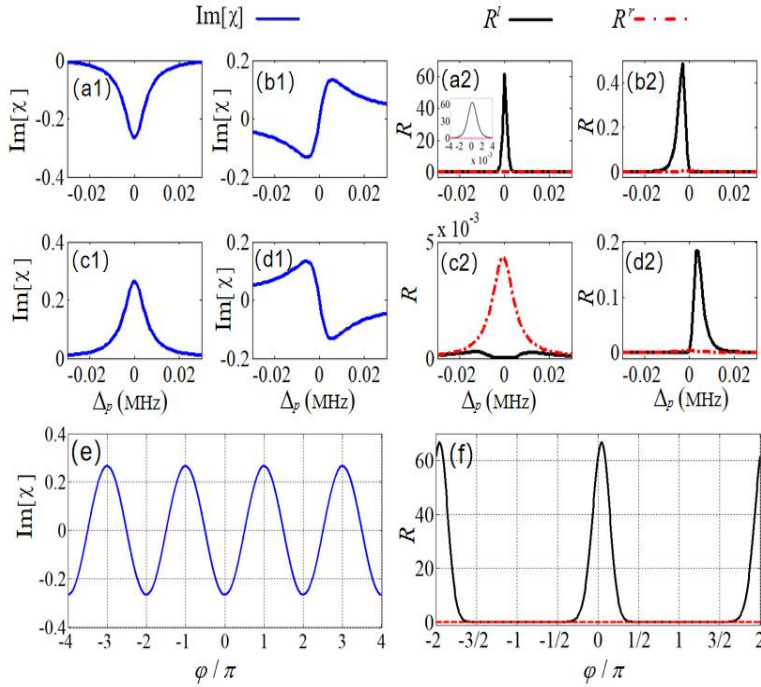


图 5-5 (a1)、(b1)、(c1) 和 (d1) 为探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 随失谐 Δ_p 的变化; (a2)、(b2)、(c2) 和 (d2) 为探测场反射率 R 随失谐 Δ_p 的变化, 其中 (a)、(b)、(c) 和 (d) 分别对应着 $\varphi = 0$ 、 $\varphi = \pi/2$ 、 $\varphi = \pi$ 、 $\varphi = 3\pi/2$; (e) 为极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 随相位 φ 的变化; (f) 为反射率 R 随相位 φ 的变化。其中 $\theta = \pi/5$, 其他参数与图 5-4 一致。

5.3.3 电偶极矩夹角和相位的周期性调制

在前面的分析中，我们发现增益谱线除了受到耦合场强度的影响，还会受到电偶极矩夹角和相位的影响。因此，在图 5-6 (a) 中，我们描述了在共振条件下，探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 如何随着电偶极矩夹角 θ 和相位 φ 的变化而变化。我们发现，电偶极矩夹角 $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$ 和相位 $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ 在这个区间内， $\text{Im}[\chi] < 0$ ，系统的增益效果达到最佳，对应的单向光放大效果也达到最佳。在这种情况下，左侧反射 R^l 的最大值可达到 60，而右侧反射 R^r 则接近于 0（如图 (b) 和 (c) 所示）。因此，通过对电偶极矩夹角 θ 和相位 φ 进行周期性调制，可以有效地调节反射率的大小以及反射带的位置。这一发现对于进一步理解系统的光学特性以及谱线调制具有重要的意义。

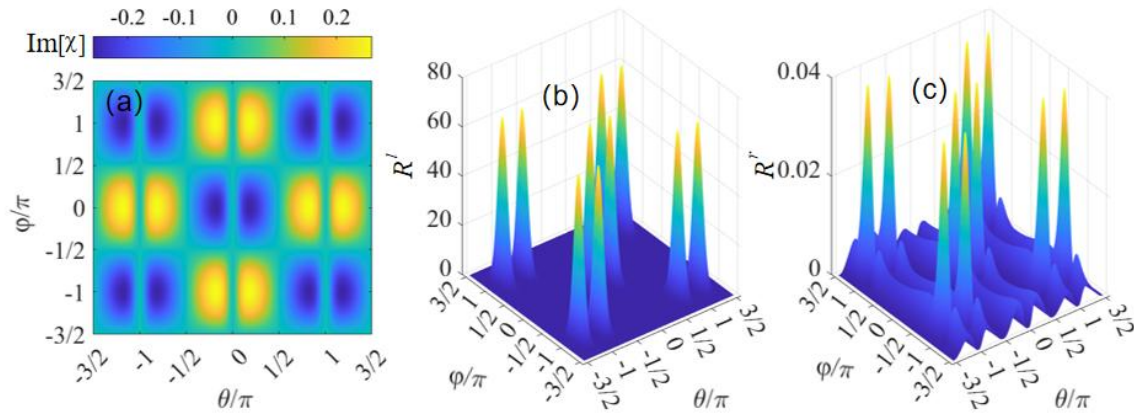


图 5-6 (a) 图为探测场极化率的虚部 $\text{Im}[\chi]$ 随电偶极矩夹角 θ 和相位 φ 的变化；(b) 和 (c) 分别为探测场左反射率 R^l 和右反射率 R^r 随电偶极矩夹角 θ 和相位 φ 的变化，其中 $\Delta_p = 0$ ，其他参数与图 5-4 一致。

总 结

综上所述，我们提出了一项基于 FWM 共振系统的研究，在短而密集的均匀原子介质中探讨单向反射放大现象。该系统中的原子被两个探测场和两个强耦合场所驱动，形成了四能级双 Λ 原子模型结构。值得关注的是，我们的方案中探测场的极化率受到两个耦合场空间调制的影响，其强度沿 x 方向呈线性变化，同时，我们观察到了一种有趣的现象：一侧的探测光可以同时被反射和放大，而在相反方向和相同频率下，探测光的反射率几乎被完全抑制。这一现象的物理本质在于耦合强度的线性变化破坏了极化率的空间对称性，而 FWM 共振则有效增强了反射效应。这一方案的主要优势在于不仅可以实现单向反射放大，而且可以灵活地控制反射带的宽度、高度和位置。因此，我们的方案在实验上易于实现，并且在动态可调操作方面具有更大的自由度，能够抑制噪声反向流动的单向放大器将成为探索量子计算和量子信息的通用平台。

其次，我们重点研究了在三能级 Λ 原子相干系统中考虑 SGC 效应时，电偶极矩夹角对探测场光学非互易反射区域以及对探测场极化率的吸收谱线和色散谱线的影响。我们发现与不考虑 SGC 效应相比，考虑 SGC 效应的光学非互易反射区域会变窄，当 $\theta = k\pi$ 时，光学非互易反射区域会消失；此外，当 $\theta = \pi/4$ 时，探测场极化率的吸收和色散谱线有较好的 P-T 对称性，随着探测场失谐的增大（减小），P-T 对称点的位置会发生移动。最后，考虑了耦合场失谐对光学非互易反射的影响，发现当耦合场失谐增大（减小）时，非互易反射区域会右移（左移）。该项研究在全光二极管、芯片隔离器等新型光子器件中有重要应用，进而推动以光子器件为核心的量子信息和量子计算等领域的发展。

最后，深入探讨了在 EIT 和 SGC 条件下的非退化 FWM 线性过程中所表现出的无反转增益特性。通过细致的数值求解和定性分析，我们清晰地展示了与以往系统相比，我们系统的一些显著优势，尤其是在提升了探测场增益幅度方面，其可达不考虑 SGC 效应时的 100 倍。另一个特点是即使在弱相干场的情况下，我们也可以获得极窄的增益谱线。特别是在耦合场失谐为零时，我们能够获得双色探测场增益的显著效果。此外，我们的研究还发现，在考虑 SGC 效应时可以通过调节相位来调制增益谱结构。这一发现为我们提供了一种有效的方法，可以在特定条件下精确控制增益谱线的特性，

从而进一步拓展了我们系统的潜在应用。

综上所述，我们的研究不仅深化了对 EIT 和 SGC 条件下 FWM 过程的理解，而且提出了一种高效的方法来增强和调控探测场的增益，这对于光子学和量子光学领域的进一步研究和应用具有重要意义。

参考文献

- [1] Hu Y. Zhang S. Qi Y. et al. Multiwavelength magnetic-free optical isolator by optical pumping in warm atoms[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 12(5):054004.
- [2] Shi Y. Yu Z. Fan S. et al. Limitations of nonlinear optical isolators due to dynamic reciprocity[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(6):388-92.
- [3] Hu Y. Qi Y. You Y. et al. Passive nonlinear optical isolators bypassing dynamic reciprocity[J]. *Physical Review Applied*, 2021, 16(1):014046.
- [4] Fan S. Shi Y. Lin Q. Nonreciprocal photonics without magneto-optics[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2018, 17(11):1948-52.
- [5] Sounas D L. Alù A. Non-reciprocal photonics based on time modulation[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(12):774-83.
- [6] Caloz C. Alu A S. tretyakov, d. sounas, k. achouri and z.-l. deck-léger[J]. *Physical Review Applied*, 2018, 10(4):047001.
- [7] Jalas D. Petrov A. Eich M. et al. What is—and what is not—an optical isolator[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(8):579-82.
- [8] Shen Z. Zhang Y L. Chen Y. et al. Reconfigurable optomechanical circulator and directional amplifier[J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1):1-6.
- [9] Shen H Z. Wang Q. Wang J. et al. Nonreciprocal unconventional photon blockade in a driven dissipative cavity with parametric amplification[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 10(1):013826.
- [10] Khanikaev A B. Alu A. Nonlinear dynamic reciprocity[J]. *Nature Photonics*, 2015 9(6):359-61.
- [11] Yu Z. Fan S. Complete optical isolation created by indirect interband photonic transitions. *Nature Photonics*[J]. 2009, 3(2):91-4.
- [12] Zaman T R. Guo X. Ram R J. Faraday rotation in an InP waveguide[J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 90(2).
- [13] Khanikaev A B. Mousavi S H. Shvets G. et al. One-way extraordinary optical

- transmission and nonreciprocal spoof plasmons[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(12):126804.
- [14] Wang X. Ouyang Y. Li X. et al. Room-temperature all-semiconducting sub-10-nm graphene nanoribbon field-effect transistors[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(20):206803.
- [15] Lodahl P. Mahmoodian S. Stobbe S. et al. Chiral quantum optics[J]. *Nature*, 2017, 541(7638):473-80.
- [16] Xia K. Lu G. Lin G. et al. Reversible nonmagnetic single-photon isolation using unbalanced quantum coupling[J]. *Physical Review Applied*, 2014, 90(4):043802.
- [17] Sayrin C. Junge C. Mitsch R. et al. Nanophotonic optical isolator controlled by the internal state of cold atoms[J]. *Physical Review X*, 2015, 5(4):041036.
- [18] Scheucher M. Hilico A. Will E. et al. Quantum optical circulator controlled by a single chirally coupled atom[J]. *Science*, 2016, 354(6319):1577-80.
- [19] Yang H. Qin G.Q. Zhang H. et al. Multimode interference induced optical routing in an optical microcavity[J]. *Annalen der Physik*, 2021, 533(5):2000506.
- [20] Yang P. Xia X. He H. et al. Realization of nonlinear optical nonreciprocity on a few-photon level based on atoms strongly coupled to an asymmetric cavity[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(23):233604.
- [21] Huang R. Miranowicz A. Liao J Q. et al. Nonreciprocal photon blockade[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(15):153601.
- [22] Tang L. Tang J. Chen M. et al. Quantum squeezing induced optical nonreciprocity[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 128(8): 083604.
- [23] Wu J H. Artoni M. La Rocca G C. Perfect absorption and no reflection in disordered photonic crystals[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(5):053862.
- [24] Tian S C. Wan R G. Wang L J. et al. Asymmetric light diffraction of two-dimensional electromagnetically induced grating with PT symmetry in asymmetric double quantum wells[J]. *Optics Express*, 2018, 26(25):32918-30.
- [25] Wu J H. Artoni M. La Rocca G C. Non-Hermitian degeneracies and unidirectional reflectionless atomic lattices[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(12):123004.
- [26] Yang L. Zhang Y. Yan X B. et al. Dynamically induced two-color nonreciprocity in a

- tripod system of a moving atomic lattice[J]. *Physical Review A*, 2015, 92(5):053859.
- [27] Wang D W. Zhou H T. Guo M J. et al. Optical diode made from a moving photonic crystal[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(9):093901.
- [28] Horsley S A. Wu J H. Artoni M. et al. Optical nonreciprocity of cold atom Bragg mirrors in motion[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(22):223602.
- [29] Zhang S. Hu Y. Lin G. et al. Thermal-motion-induced non-reciprocal quantum optical system[J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(12):744-8.
- [30] Horsley S A. Longhi S. Spatiotemporal deformations of reflectionless potentials[J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2):023841.
- [31] Horsley S A. Artoni M. La Rocca G C. Spatial Kramers–Kronig relations and the reflection of waves[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(7):436-9.
- [32] Baek Y. Park Y. Intensity-based holographic imaging via space-domain Kramers–Kronig relations[J]. *Nature Photonics*, 2021, 15(5):354-60.
- [33] Lee C. Baek Y. Hugonnet H. et al. Single-shot wide-field topography measurement using spectrally multiplexed reflection intensity holography via space-domain Kramers–Kronig relations[J]. *Optics Letters*, 2022, 47(5):1025-8.
- [34] Li Q. Luo Y. Liu D. et al. A miniaturized anechoic chamber: Omnidirectional impedance matching based on truncated spatial kramers–kronig medium[J]. *Advanced Optical Materials*, 2022, 10(12):2200381.
- [35] Jiang W. Ma Y. Yuan J. et al. Deformable broadband metamaterial absorbers engineered with an analytical spatial Kramers-Kronig permittivity profile[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2017, 11(1):1600253.
- [36] Zheng D D. Zhang Y. Liu Y M. et al. Spatial kramers-kronig relation and unidirectional light reflection induced by rydberg interactions[J]. *Physical Review Applied*, 2023, 107(1):013704.
- [37] Zhang Y. Wu J H. Artoni M. et al. Controlled unidirectional reflection in cold atoms via the spatial Kramers-Kronig relation[J]. *Optics Express*, 2021, 29(4):5890-900.
- [38] Harris S E. Field J E. Imamoglu A. Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(10):1107.
- [39] Scully M O. From lasers and masers to phaseonium and phasers[J]. *Physics Reports*,

- 1992, 219(3-6):191-201.
- [40] Lukin M D. Hemmer P R. Scully M O. Resonant nonlinear optics in phase-coherent media[J]. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2000, 42:347-86.
 - [41] Vitanov N V., Fleischhauer M., Shore B W., et al. Coherent manipulation of atoms molecules by sequential laser pulses[J]. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*. Academic Press, 2001, 46: 55-190.
 - [42] Matsko A B., Rostovtsev Y., Welch G R., et al. Slow, ultraslow, stored, and frozen light[J]. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*. Academic Press, 2001, 46: 191-242.
 - [43] Fleischhauer M. Imamoglu A. Marangos J P. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media[J]. *Reviews of modern physics*, 2005, 77(2):633.
 - [44] Harris S E. Yamamoto Y. Photon switching by quantum interference[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(17):3611.
 - [45] Schmidt H. Ram R J. All-optical wavelength converter and switch based on electromagnetically induced transparency[J]. *Applied Physics Letters*, 2000, 76(22):3173-5.
 - [46] Ham B S. Experimental demonstration of all-optical 1×2 quantum routing[J]. *Applied Physics Letters*, 2004, 85(6):893-5.
 - [47] Ham B S. Hemmer P R. Coherence switching in a four-level system: quantum switching[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(18):4080.
 - [48] Ham B S. Observations of delayed all-optical routing in a slow-light regime[J]. *Physical Review Applied*, 2008, 78(1):011808.
 - [49] Liu C. Dutton Z. Behroozi C H. et al. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses[J]. *Nature*, 2001, 409(6819):490-3.
 - [50] Matsko A B. Rostovtsev Y V. Kocharovskaya O. et al. Nonadiabatic approach to quantum optical information storage[J]. *Physical Review Applied*, 2001, 64(4):043809.
 - [51] Mewes C. Fleischhauer M. Two-photon linewidth of light “stopping” via electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review Applied*, 2002, 66(3):033820.
 - [52] Wang K. Peng F. Yang G. Stopping and storing a light pulse in an ultracold atomic

- medium[J]. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2002, 5(1):44.
- [53] Li Z. Cao D Z. WANG K. Manipulating synchronous optical signals with a double- Λ atomic ensemble[J]. Physics Letters A, 2005, 341: 366-370.
- [54] Pugatch R. Shuker M. Firstenberg O. et al. Topological stability of stored optical vortices[J]. Physical Review Letters, 2007, 98: 203601-1-4.
- [55] Choi K S. Deng H. Laurat J. et al. Mapping photonic entanglement into and out of a quantum memory[J]. Nature (London), 2008, 452: 67-71.
- [56] Ham B S. Control of photon storage time using phase locking[J]. Optics Express, 2010, 18: 1704-1713.
- [57] Yang G J. Qiu T. Wang K. et al. Reversible storage of a weak light pulse in a thermal atomic medium[J]. Physical Review Applied, 2010, 81(6):063817.
- [58] Fleischhauer M. Lukin M D. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(22):5094.
- [59] Zhang H R. Sun C P. Bloch oscillations of polaritons of an atomic ensemble in magnetic fields[J]. Physical Review Applied, 2010, 81(6):063427.
- [60] 杨红.相干原子介质中的电磁感应透明、四波混频增益与双色光子带隙[D]. 吉林大学, 2013.
- [61] Huang S M. Agarwal G S. Normal-mode splitting and antibunching in Stokes and anti-Stokes processes in cavity optomechanics: Radiation-pressure-induced four-wave-mixing cavity optomechanics[J]. Physical Review Applied, 2010, 81: 033830-1-6.
- [62] Wu J H. Gao J Y. Phase control of the probe gain without population inversion in a four-level V model[J]. JOSA B, 2002, 19(12):2863-6.
- [63] Wu J H. Yu Z L. Gao J Y. Response of the probe gain with or without inversion to the relative phase of two coherent fields in a three-level V model[J]. Optics Communications, 2002, 211(1-6):257-64.
- [64] Wu J H. Zhang H F. Gao G Y. Phase dependence of the inversionless gain in a Λ system with near-degenerate levels[J]. Chinese Physics Letters, 2002, 19(8):1103.
- [65] Paspalakis E. Kylstra N J. Knight P L. Transparency induced via decay interference[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(10):2079.
- [66] Antón M A. Calderón O G. Carreno F. Spontaneously generated coherence effects in a

- laser-driven four-level atomic system[J]. *Physical Review Applied*, 2005, 72(2):023809.
- [67] Fountoulakis A. Terzis A F. Paspalakis E. Coherent phenomena due to double-dark states in a system with decay interference[J]. *Physical Review Applied*, 2006, 73(3):033811.
- [68] Wu J H. Gao J Y. Xu J H. et al. Ultrafast all optical switching via tunable Fano interference[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(5):057401.
- [69] Xu W H. Wu J H. Gao J Y. Large index of refraction without absorption via decay-induced coherence in a three-level V system[J]. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2004, 30:137-41.
- [70] Joshi A. Xiao M. Dark-state polaritons using spontaneously generated coherence[J]. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2005, 35:547-51.
- [71] Harris S E. Lasers without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances[J]. *Physical Review Letters*, 1989, 62(9):1033.
- [72] Imamoglu A. Interference of radiatively broadened resonances[J]. *Physical Review Applied*, 1989, 40(5):2835.
- [73] Javanainen J. Effect of state superpositions created by spontaneous emission on laser-driven transitions[J]. *Europhysics Letters*, 17(5):407.
- [74] Artoni M. La Rocca G. Bassani F. Resonantly absorbing one-dimensional photonic crystals[J]. *Physical Review E*, 2005, 72(4):046604.
- [75] 张岩.冷原子中相干产生和动态可控的光子带隙与静态光脉冲[D]. 吉林大学, 2012.
- [76] Tian S C. Wang C L. Kang Z H. et al. Observation of linewidth narrowing due to a spontaneously generated coherence effect[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(6):064206.

致 谢

三年的时间一晃而过，仿佛昨日我还在欣喜地收到硕士录取通知书的那一刻。这三年在海南师范大学的学习生活充实而丰富，为我的人生增添了浓墨重彩的一笔。知识的积累和思维的丰富让我深感这段时光的珍贵。在此，我要对一路上帮助过我的老师表示感谢。

我要特别感谢我的指导老师杨红老师，她在我读研期间给予了我极为宝贵的指导和支持，为我提供了一个扎实的科研平台，并给予我明确的方向和目标。在过去的三年里，我们组内组织了许多学术交流活动，共同探讨问题，互相帮助。此外，参加了第20届全国基础光学与光物理学术讨论会、第二十届全国量子光学学术会议和第三届全国光量子科学与技术学术会议等重要会议。这些经历不仅使我获得了丰富的知识，还开拓了我的学术视野。在整个论文写作过程中，杨老师给了我许多宝贵的意见和建议，帮助我不断提升论文的质量。我还有幸申请到了研究生创新课题和榕树基金项目，这些都得益于杨老师的指导和支持，在这里，再次对我的老师表达感谢。

此外，也要感谢严冬老师、张焱笑老师对我学术和生活上的悉心指导，您们是我学习道路上的良师益友。同时也要感谢裴笑山师兄、李天明师兄、王茂桦师姐对我论文和编程的指导；感谢徐琼怡师妹、彭晨师妹、郑怡婷师妹在学习生活中的关心和鼓励；感谢林新宇、李观荣、郑鑫福师弟、黄磊师弟、王鹏斐师弟在各个方面给予我的支持和帮助。感谢身边的朋友们，感谢同门师兄、师姐、师弟、师妹们在论文写作过程中给予的耐心指导和帮助；感谢我的室友艺玮、亚娜、琛琛以及物电这个大家庭中每一位同学、朋友和老师，三年来的相互陪伴与支持让我们形成了团结互助的集体，收获了最珍贵深厚的友谊，使我的研究生活更加丰富多彩。

最后，要衷心感谢我的父母。你们在我学习与成长的道路上给予了我极大的鼓励与无私支持，是我求学之路的坚实后盾。养育之恩，无以回报，但我会以更加努力的姿态，报答你们的养育之恩。愿我的父母身体健康，永远幸福快乐！